

## مدل‌سازی معمای صرف سهام توسط منطق فازی: شواهدی از ایران<sup>۱</sup>

علیرضا عرفانی\*، سولماز صفری\*\*

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۷/۰۵ تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۹/۲۸

### چکیده

هدف این مقاله بررسی معمای صرف سهام، در چارچوب مدل قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف، با استفاده از داده‌های فصلی ۱۳۷۱-۱۳۹۳ است. نتایج، وجود معما را برای بازه زمانی یاد شده تأیید می‌کند. بنابراین، با استفاده از مدل قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف در چارچوب عادات و ترکیب رژیم‌های بازار و اقتصاد توسط منطق فازی، مدلی نظری و تجربی برای توضیح صرف سهام در ایران پیشنهاد شده است. نتایج استفاده از مدل نشان داد که صرف سهام و ریسک‌گریزی مخالف با رژیم‌های اقتصاد حرکت می‌کند؛ به طوری که در رژیم رکود اقتصاد و بازار کاهشی، اخبار مصرف، باعث افزایش ریسک‌گریز نسبی و صرف سهام می‌شود. در این رژیم، فرد تنها در قبال جبرانی بالا حاضر به پذیرش ریسک است و تمایل به سرمایه‌گذاری در دارایی مطمئن همانند سپرده‌های بانکی دارد. از طرفی اخبار مصرف در رژیم رونق اقتصاد و بازار افزایشی، ریسک‌گریزی و صرف سهام را کاهش می‌دهد.

طبقه‌بندی JEL: G12, G10, C02

واژگان کلیدی: گارچ دو متغیره، فازی، صرف سهام، مدل عادات.

<sup>۱</sup> این مقاله از رساله دکتری سولماز صفری با عنوان "بررسی معمای صرف سهام در ایران در چارچوب مدل گارچ چند متغیره و فازی" با راهنمایی دکتر علیرضا عرفانی در دانشگاه سمنان استخراج شده است.

aerfani@semnan.ac.ir

\* دانشیار اقتصاد دانشگاه سمنان، پست الکترونیکی:

\*\* دانشجوی دکتری علوم اقتصادی دانشگاه سمنان (نویسنده مسئول)، پست الکترونیکی: safari.solmaz@yahoo.com

## ۱. مقدمه

صرف سهام از تفاوت نرخ بازده دارایی بدون ریسک از نرخ بازده‌های سهام به دست می‌آید. آیا توضیح منطقی برای این صرف وجود دارد؟ شکست نظریه مالی جهت توضیح صرف سهام زیاد، به "معمای صرف سهام" شهرت یافت. معمای صرف سهام توسط مهرا و پرسکات<sup>۱</sup> (۱۹۸۵) بیان شد. مدل‌های استاندارد قیمت‌گذاری دارایی، تنها زمانی که ضریب ریسک‌گریز نسبی (قیمت ریسک) سرمایه‌گذار، به صورت غیرقابل توجیهی بزرگ باشد، توانایی انطباق داده‌های واقعی با نظریه را دارند. اقتصاددانان ریسک‌گریزی بالا را غیرقابل توجیه می‌دانند. بدین علت که ریسک‌گریزی بالا به معنای گریز افراد از عدم ثبات و نوسان در مسیر مصرف است. اما مصرف در طول زمان در حال رشد است. بنابراین افراد برای اصلاح مصرف جاری باید از آینده قرض بگیرند. این تمایل برای قرض‌گیری منجر به افزایش نرخ بهره واقعی دارایی بدون ریسک خواهد شد. اما نرخ‌های بهره واقعی دارایی بدون ریسک، به‌ندرت در طول زمان مثبت هستند. در نتیجه با معمای نرخ دارایی بدون ریسک فیلیپ ویل<sup>۲</sup> (۱۹۸۹) مواجه می‌شویم.

معمای صرف سهام به معنای آن نیست که بازده‌های سهام از بازده‌های دارایی بدون ریسک بالاتر است. بلکه، بازده‌های سهام آنقدر بزرگ است که نمی‌توان توسط تغییرات در نرخ رشد مصرف واقعی، آنها را توضیح داد. به عبارت دیگر، نظریه مالی توانایی توضیح آن را ندارد. بنابراین، موضوع نخست در این تحقیق، بررسی وجود معما با استفاده از مدل قیمت‌گذاری دارایی استاندارد بر اساس مصرف است.

بیشتر تحقیقات، ریسک‌گریزی را به صورت پارامتری ساختاری که مقدارش در طول زمان ثابت است، در نظر گرفته‌اند. اگر چه وجود این فرض، باعث آسانی کار می‌شود، ولیکن برقراری آن در جهان واقعی بسیار دشوار است. بر اساس زاویه دید روانشناسی از تصمیم‌گیری، مردم نسبت به کاهش، در سطح رفاهشان تا افزایش آن حساسیت بیشتری دارند. بنابراین امکان تغییر ضریب ریسک‌گریزی در سراسر رژیم‌ها و زمان وجود دارد. به نظر می‌رسد، ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران بازار، در میان دوره‌های رکود، به دلیل ترس از آنچه که در بازار اتفاق خواهد افتاد، نسبت به دوره‌های رونق به طور غیرمعقولانه‌ای بالا باشد.

<sup>1</sup> Mehra, R., and Prescott, E. C.

<sup>2</sup> Weil, P.

با این توضیح مدلی نظری و تجربی ارائه می‌شود که صرف سهام بازار تهران را توضیح دهد. در این راستا از دو تحقیق بهره گرفته شد. این دو تحقیق، مدل مشهور عادات کمبل و کهران<sup>۱</sup> (۱۹۹۹) و رژیم ترجیحات بازارهای افزایشی و کاهش‌گرددن و امور<sup>۲</sup> (۲۰۰۰) است. کمبل و کهران (۱۹۹۹) با ساختن متغیر رکود، شرایط اقتصاد از رکود را وارد مدل قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف در چارچوب عادات نمودند. در این مدل ریسک‌گریزی نماینده اقتصاد، با تفاوت بین مصرف و عادت نماینده که از طریق مصرف گذشته شکل می‌گیرد، تغییر می‌کند. بنابراین، ریسک‌گریزی زمانی که شانس رکود افزایش می‌یابد، به صورت چشمگیری افزایش پیدا کرده و در نتیجه مدل صرف سهام بالایی را تولید می‌کند. از طرف دیگر، گردن و امور (۲۰۰۰) در تحقیق خود نشان دادند که ریسک‌گریزی افراد در رژیم‌های بازار تغییر خواهد کرد؛ به طوری که در رژیم بازار افزایشی نسبت به بازار کاهش‌گرددن و امور صرف سهام پایین‌تر است. بنابراین فرض شده است که در چارچوب مدل عادات، ریسک‌گریزی و صرف سهام در رژیم‌های ترکیبی بازار و اقتصاد تغییر می‌کند.

نقطه عطف مقاله ارائه رژیم‌های ترکیبی فازی اقتصاد - بازار و ورود آن‌ها در مدل قیمت‌گذاری دارایی در چارچوب عادات است. به دلیل عدم قطعیتی که در این رژیم‌ها وجود دارد، اندازه‌گیری آنها در قالب متغیرهای دو ارزشی دقیق نمی‌باشد. لغت فازی نیز به معنای ابهام است (زاده، ۱۹۶۵). این ابهام، به دلیل عدم قطعیت ناشی از عوامل مختلف، همچون نامعلوم بودن موضوع نشأت می‌گیرد. با این توضیح، در این مقاله، همانند مدل‌های تغییر رژیم در سری‌های زمانی، برای متغیرهای مجازی توابع انتقال در نظر گرفته می‌شود. ولیکن توابع انتقال معرفی شده توسط روش خوشه‌بندی فازی ارائه می‌شود. در نهایت خوشه‌ها با استفاده از منطق فازی با یکدیگر ترکیب می‌شوند. در واقع، روشی جدید جهت فازی‌سازی متغیرهای مجازی و کاربرد آن در انواع مدل‌های اقتصادسنجی ارائه شده است.

برخلاف پژوهش‌های داخلی، معمای صرف سهام از زمان طرح توسط مهرا و پرسکات (۱۹۸۵) طیف وسیعی از تحقیق‌ها را در سطح بین‌المللی دربر گرفته است. همچنین یکی از مشهورترین معماها در ارتباط با مدل قیمت‌گذاری دارایی است. بیشتر بینش اقتصاد، بر اساس

<sup>1</sup> Campbell, J.Y., and Cochrane J.H.

<sup>2</sup> Gordon, S., and St-Amour, P.

کلاس وسیعی از مدل‌هایی هستند که زمانی با داده‌های مالی مقابله می‌شوند و به صورت چشم‌گیری به شکست منتهی می‌شوند. این معما تأکید بر عدم موفقیت الگوهای مرکزی برای مدل‌های اقتصادی و مالی دارد و موتور محرکی برای اصلاح این مدل‌ها می‌باشد. از سوی دیگر، دیدگاه معمای صرف سهام، اشاره به پتانسیل ثروت‌سازی در بازار سهام دارد و توضیح می‌دهد که چرا صرف سهام، در تخصیص سبد دارایی و تخمین هزینه سرمایه در بازار، اهمیت مرکزی دارد.

در ادامه، به ادبیات تحقیق، که شامل مرور ادبیات تجربی معمای صرف سهام و مدل نظری پژوهش می‌باشد، پرداخته شده است؛ بخش سوم شامل روش‌شناسی است؛ تحلیل داده‌ها و یافته‌های تجربی در بخش چهارم بررسی و ارائه شده است. بخش پایانی به نتیجه‌گیری اختصاص دارد.

## ۲. مروری بر ادبیات

در این بخش، ادبیات تحقیق با انجام یک تقسیم‌بندی، در دو زیربخش ادبیات تجربی معمای صرف سهام و مدل نظری تحقیق، ارائه شده است. در زیربخش نخست، مطالعه‌های انجام یافته در دو قسمت خارجی و داخلی گردآوری شده است. زیر بخش پایانی اختصاص به مدل نظری پیشنهاد شده در مقاله حاضر دارد.

### ۲-۱. ادبیات تجربی معمای صرف سهام

طیف وسیعی از پژوهش‌ها، که عمدتاً اختصاص به ایالت متحده و سپس کشورهای توسعه‌یافته دارد، در تلاش جهت بررسی و حل معمای صرف سهام دارند، ولیکن تاکنون هیچ‌کدام نتوانسته‌اند راه حل قانع‌کننده‌ای ارائه دهند. دسته‌ای از پژوهش‌ها بر ترجیحات و دسته‌ای دیگر با معرفی جانشین‌هایی برای دارایی بدون ریسک متمرکز هستند.

برای مثال، اپستین و زین<sup>۱</sup> (۱۹۹۱) با معرفی کلاسی از ترجیحات، اجازه دادند تا ضریب ریسک‌گریز نسبی و نرخ ترجیح زمانی از یکدیگر مستقل باشد. بنابراین در مدل ارائه شده ضریب بالای ریسک‌گریزی، دلالت به تمایل هموار نمودن مصرف در سراسر زمان ندارد. این

<sup>۱</sup> Epstein, L. G., and Zin, S. E.

اصلاح قادر به حل معمای صرف سهام نبود.

کنساتنتین، دونالدسن و مهرا<sup>۱</sup> (۲۰۰۲) بیان می‌کنند، ویژگی سهام به عنوان دارایی، با توجه به نگره‌دارنده آن تغییر می‌کند. آنها با ورود چرخه‌های زندگی در مدل قیمت‌گذاری دارایی جهت حل معمای صرف سهام تلاش کردند.

نوری و میرآخور<sup>۲</sup> (۲۰۱۰) با استفاده از داده بازار کشورهای نوظهور و بزرگ نتیجه گرفتند که معمای صرف سهام پدیده‌ای جهانی است. همچنین آنها نشان دادند که قسمت بزرگی از صرف سهام در نتیجه ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار از ابهام و ضعف مؤسسات مالی در کشورهایی با بازار نوظهور است. زیو، آداناسیوس و فلوراکیس<sup>۳</sup> (۲۰۱۴) با معرفی گریز از ناامیدی (گریز از نتایجی که امکان دارد نسبت به انتظارات متوسط بدتر باشد) و استفاده آن در مدل انتخاب سبد سهام که یک سرمایه‌گذار بین دارایی ریسکی و غیرریسکی برمی‌گزیند، بدین نتیجه رسیدند که گریز از ناامیدی نقش بسیار مهمی در توضیح صرف سهام در ۱۹ کشور ایفا می‌کند.

با وجود این که سال‌ها از طرح معمای صرف سهام می‌گذرد، در داخل کشور مطالعه‌ای که صرفاً به بررسی معمای صرف سهام در چارچوب مدل قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف و ارائه مدلی توانمند برای توضیح صرف سهام مشاهده شده در بازار تهران بپردازد، وجود ندارد. بیشتر این پژوهش‌ها، فقط به بررسی مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی از این جهت که کدام صرف سهام را بهتر توضیح می‌دهد، پرداخته‌اند؛ بدون توجه به معماهایی که در این نوع مدل‌ها وجود دارد.

تهرانی و همکاران (۱۳۸۷) در مطالعه خود به بررسی و رقابت بین مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی سنتی (CAPM) و قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف (C-CAPM) پرداختند. در این مطالعه از سری زمانی هزینه مصرفی سرانه خانوار برای مصرف استفاده شده است. نتایج این تحقیق حاکی از موفقیت نسبی مدل قیمت‌گذاری دارایی سنتی است. کشاورز حداد و اصفهانی (۱۳۹۲) در چارچوب آزمون‌های تسلط تصادفی و در بازه زمانی ۱۳۷۶-۱۳۹۰ نشان دادند که معمای صرف سهام در ایران وجود ندارد.

<sup>1</sup> Donaldson, J. B., and Mehra, R.

<sup>2</sup> Nuri E, S., and Mirakhor, A.

<sup>3</sup> Xie, Y., Athanasios, A., and Florackis,

محمدزاده و همکاران (۱۳۹۴) در مطالعه خود به مقایسه بین مدل قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف (C-CAPM) و مدل قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف مسکن (H-CCAPM) پرداختند. این مطالعه، در چارچوب روش گشتاورهای تعمیم یافته (GMM) نشان داد که مدل (C-CAPM) نسبت به مدل (H-CCAPM) در توضیح بازده سهام تهران، کاراتر عمل می‌کند. از طرفی ضریب ریسک‌گریز نسبی برای مدل قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف و بر اساس مخارج مصرفی مسکن، به ترتیب ۱۴ و ۲۰ گزارش شده است. ضریب ریسک‌گریزی ۲۰، ریسک‌گریزی بالای سرمایه‌گذار در ایران را نشان می‌دهد. اما از آنجا که خارج از محدوده مجاز تجربی و نظری است، به موضوع وجود معما در ایران اشاره می‌کند. در این مطالعه هیچ اشاره‌ای به این معما نشده است. هدف پیازی، اشتایدر و تازل<sup>۱</sup> (۲۰۰۷) از ارائه مدل H-CCAPM حل معمای مصرف سهام و نرخ دارایی بدون ریسک بوده است. اما در مطالعه محمدزاده و همکاران مشاهده می‌شود که در ایران، این مدل نیز کارایی ندارد و نمی‌تواند معما را حل نماید.

## ۲-۲. مدل نظری تحقیق

### ۲-۲-۱. مدل معمای مصرف سهام کمبل (۱۹۹۶، ۲۰۰۳)

معمای مصرف سهام به راه‌های متفاوت بیان می‌شود. در این مطالعه از رویکرد کمبل (۱۹۹۶، ۲۰۰۳) استفاده شده است، با این تفاوت که به بازده‌های سهام و رشد مصرف اجازه داده می‌شود از واریانس ناهمسانی شرطی تبعیت نمایند. در این مدل، عامل نماینده تابع مطلوبیت جداپذیر زمانی خود را با در نظر گرفتن محدودیت بودجه حداکثر می‌کند. حاصل شرایط مرتبه اول مسئله، معادلات اولر می‌باشد که مسیر مصرف و سرمایه‌گذاری بهینه عامل نماینده را شرح می‌دهد. عامل نماینده، کاهش مصرف جاری خود را معادل سود انتظاری در مصرف تنزیل شده دوره بعد قرار می‌دهد. تابع مطلوبیت توانی عامل نماینده در رابطه زیر معرفی شده است:

$$\text{Max} E_t \sum_{j=0}^{\infty} \delta^j \frac{C_{t+j}^{1-\alpha}}{1-\alpha} \quad (1)$$

<sup>1</sup> Piazzesi, M., Schneider, M., and Tuzel, S.

با استفاده از تابع مطلوبیت توانی رابطه (۱) و اندکی عبارات جبری و فرض اینکه بازده‌های سهام و نرخ رشد مصرف، دارای توزیع توأم لگ نرمال با نوسان متغیر در زمان است و نهایتاً با گرفتن لگاریتم از روابط، صرف سهام به صورت معادله زیر معرفی می‌شود:

$$E_t[r_{i,t+1} - r_{f,t+1}] + \frac{h_{r,c} r_{i,t+1}}{2} = ah_{r,c} \quad (2)$$

در رابطه (۲) لگاریتم بازده‌های خالص دارایی  $r_{i,t+1}$  و بازده‌های دارایی بدون ریسک،  $c_t = \log(C_t)$  مصرف نهایی خانوار،  $h_{r,c}$  وایانس شرطی لگاریتم بازده‌های سهام و نرخ رشد مصرف نهایی خانوار و  $h_{r,c}$  کوواریانس شرطی را نشان می‌دهد.

بنابراین صرف سهام، معادل تفاوت بازده دارایی‌های بدون ریسک از بازده سهام و صرف ریسک سهام برابر با ضریب ریسک‌گریز نسبی، ضرب در کوواریانس بازده‌های سهام با نرخ رشد مصرف است. ضریب  $\alpha$  در رابطه (۲) ریسک‌گریز نسبی ثابت عامل نماینده را به صورت پارامتری ساختاری که مقدارش در طول زمان ثابت است، در نظر می‌گیرد. در ادامه مدلی نظری برای نشان دادن تغییرات ریسک‌گریزی بر پایه ترجیحات عامل نماینده که توسعه‌ای از مدل عادات کمبل و کهران (۱۹۹۹) است، ارائه شده است.

#### ۲-۲-۲. معرفی مدل در چارچوب مدل عادات با توابع واکنش فازی

اساس این مدل، همان مدل کمبل (۱۹۹۶، ۲۰۰۳) است؛ با این تفاوت که متغیر عادات وارد تابع مطلوبیت توانی عامل نماینده اقتصاد می‌شود. با ورود متغیر عادات ریسک‌گریز نسبی عامل نماینده متغیر می‌شود. با پیروی از کمبل و کهران (۱۹۹۹) اقتصادی را بررسی می‌کنیم که در آن عامل نماینده با عمر نامحدود، انتظار شرطی مطلوبیت مصرف طول عمر زندگی خویش را به حداکثر می‌رساند:

$$u(C_1, C_2, C_3, \dots, C_\infty) = \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t u(C_t - X_t), \quad (3)$$

$$u(C_t - X_t) = \begin{cases} \ln(C_t - X_t) & \text{if } \alpha = 1, \\ \frac{(C_t - X_t)^{1-\alpha} - 1}{1-\alpha} & \text{if } \alpha > 0 \text{ but } \alpha \neq 1. \end{cases} \quad (4)$$

ضریب  $\delta$  فاکتور تنزیل ذهنی،  $C_t$  جریان مصرف حقیقی در زمان  $t$ ، و  $X_t$  عادات یا سطح مرجع ذهنی از مصرف عامل نماینده است. به عنوان مثال، عادات می‌توانند توسط مصرف دوره

گذشته اندازه‌گیری شود. برای  $X_t$  دو محدودیت وجود دارد: (۱) نمی‌تواند بیش از مصرف باشد؛ به طوری که برای تمام  $t$  ها داریم:  $C_t - X_t \geq 0$  (۲) سطح مرجع در سبد انتخاب نماینده اقتصاد برون‌زا است. ضریب  $\alpha$  انحنای تابع مطلوبیت نماینده اقتصاد را با توجه به  $C_t - X_t$  اندازه می‌گیرد. بنابراین فقط زمانی که  $X_t = 0$  باشد، ریسک‌گریز نسبی برابر با  $\alpha$  است. ریسک‌گریز نسبی که انحنای تابع مطلوبیت را با توجه به  $C_t$  اندازه می‌گیرد، متغیر در زمان است و با فرمول زیر ارائه می‌شود:

$$RRA_t = -\frac{C_t u_{cc}(C_t - X_t)}{u_c(C_t - X_t)} = \alpha \frac{C_t}{C_t - X_t} = \alpha \frac{1}{S_t}, \quad (5)$$

$u_{cc}$  و  $u_c$  به ترتیب مشتقات اول و دوم با توجه به مصرف است. متغیر حالت  $S_t = \frac{C_t - X_t}{C_t}$  را نسبت مصرف اضافه که مطلوبیت مثبت می‌دهد، می‌نامیم. برای تساوی دوم از معادله (۵) از این حقیقت استفاده شده که  $X_t$  برون‌زا است؛ در نتیجه نمی‌تواند به مصرف جاری بستگی داشته باشد. به عبارت دیگر  $\frac{\partial X_t}{\partial C_t} = 0$  است. با توجه به اینکه مصرف جاری نمی‌تواند کمتر از  $X_t$  باشد، بنابراین  $0 < S_t$  می‌باشد و  $0 < \alpha$ ،  $0 < RRA_t$  نگه داشته می‌شود. در ادامه به جای معین نمودن فرایند برای لگاریتم متغیر حالت، در این مطالعه با پیروی از براندت و وانگ<sup>۱</sup> (۲۰۰۳) فرایندی برای لگاریتم ریسک‌گریزی اما متفاوت مشخص می‌شود. اگر  $\gamma_t = \ln RRA_t$  در نظر بگیریم، بنابراین فرض می‌کنیم که لگاریتم ریسک‌گریزی از فرایند زیر پیروی می‌کند:

$$\gamma_{t+1} = \phi \gamma_t - e_{t+1}, \quad (6)$$

در مدل (۶)  $e_{t+1}$  مانده‌های ساختگی فرایند لگاریتم ریسک‌گریز نسبی است و به صورت زیر مشخص می‌شوند:

$$e_{t+1} = \theta_1 * LL_{cr,t} * \varepsilon_{t+1}^c + \theta_2 * LH_{cr,t} * \varepsilon_{t+1}^c + \theta_3 * HL_{cr,t} * \varepsilon_{t+1}^c + \theta_4 * HH_{cr,t} * \varepsilon_{t+1}^c \quad (7)$$

$$\varepsilon_{t+1}^g = c_{t+1} - E_t [c_{t+1}],$$

<sup>1</sup> Brandt, M. W., and Wang, K. Q.



مانده‌های ساختگی  $e_{t+1}$  باعث تغییر و حرکت ریسک‌گریزی در زمان می‌شود و از مدل (۶) کم شده است. بدین علت، که عامل نماینده خواهان اخبار خوب و گریزان از اخبار بد رشد مصرف است. بنابراین اخبار خوب (شوکه‌های مثبت) باعث کاهش ریسک‌گریزی و اخبار بد (شوکه‌های منفی) افزایش آن می‌شود.

در مدل (۷)،  $C_{t+1}$  لگاریتم رشد مصرف است.  $\varepsilon_{t+1}^C$  با میانگین صفر، انعکاس اخبار رشد مصرف می‌باشد. توابع  $LL_{Cr,t}$ ،  $LH_{Cr,t}$ ،  $HL_{Cr,t}$ ،  $HH_{Cr,t}$  به دلیل اینکه حساسیت نماینده اقتصاد را نسبت به اخبار رشد مصرف، در رژیم‌های ترکیبی اقتصاد و بازار اندازه‌گیری می‌کنند، توابع حساسیت یا واکنش نام‌گذاری شده و به ترتیب متعلق به رژیم‌های رکود اقتصاد و بازار کاهشی، رکود اقتصاد و بازار افزایشی، رونق اقتصاد و بازار کاهشی و رونق اقتصاد و بازار افزایشی می‌باشند. این توابع، توسط منطق فازی و متفاوت از توابع مدل عادات کمبل و کهران (۱۹۹۹) ساخته شده است.

در ادامه فرض شده است،  $dt$  سود تقسیم شده بین دوره‌ای باشد. یک سهم که با قیمت  $pt$  بر حسب واحد مصرف مبادله می‌شود وجود دارد. از آنجا که عامل نماینده مصرفش را به دوره بعد موکول می‌کند و این باعث کاهش مطلوبیت فعلی می‌شود. بنابراین ضرر را با تنزیل مطلوبیت انتظاری ناشی از مصرف دوره بعد که از خرید یک واحد اضافی سهام در دوره فعلی نشأت می‌گیرد جبران می‌کند. در حالت ایده‌آل میزان ضرر فعلی در تابع مطلوبیت با مقدار انتظاری تابع مطلوبیت در دوره بعد برابر می‌باشد. نتیجه این برابری اساس رابطه قیمت‌گذاری دارایی را تشکیل می‌دهد. در ادامه با استفاده از این برابری فاکتور تنزیل تصادفی در رابطه (۸) معرفی می‌شود:

$$M_{t,t+1} = \frac{u_c(C_{t+1} - X_{t+1})}{u_c(C_t - X_t)} = \delta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\alpha} \left(\frac{S_{t+1}}{S_t}\right)^{-\alpha} = \delta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\alpha} \left(\frac{RRA_t}{RRA_{t+1}}\right)^{-\alpha} \quad (8)$$

با استفاده اندکی از روابط جبری و فرض اینکه بازده‌های حقیقی سهام و فاکتور تنزیل تصادفی دارای توزیع نرمال توأم می‌باشند، بازده خالص انتظاری دارایی یا مدل فاکتور تنزیل تصادفی غیرشرطی برابر خواهد بود با (حروف کوچک نشان‌دهنده لگاریتم طبیعی متغیر مورد نظر است):

$$E_t(r_{t,t+1}^i) = r_{t,t+1}^f - \frac{\text{cov}(m_{t,t+1}, r_{t,t+1}^i)}{E_t(m_{t,t+1})} \quad (9)$$

در ادامه با استفاده از لم استین<sup>۱</sup>، مدل فاکتور غیرشرطی برابر خواهد بود با:

$$E_t(r_{t,t+1}^i - r_{t,t+1}^f) = b_1 \text{cov}(c_{t+1}, r_{t,t+1}^i) + b_2 \text{cov}(\gamma_{t+1} - \gamma_t, r_{t,t+1}^i) \quad (10)$$

$$b_1 = \alpha, \quad b_2 = -\alpha$$

مدل (۱۰) زمانی که  $b_2 = 0$  گردد (برابر با مدل قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف) می‌گردد. زمانی که اجازه می‌دهیم، ریسک‌گریز نسبی تغییر نماید، کوواریانس بازده‌ها با تغییرات در ریسک‌گریزی، صرف ریسک دومی را به مدل اضافه می‌کند. حال با جای‌گذاری معادله (۶) در (۱۰) (جای‌گذاری پویایی‌های ریسک‌گریز نسبی) و قرار دادن کوواریانس‌های شرطی در مدل، صورت کامل معادله قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف در چارچوب مدل عادات با توابع واکنش فازی ارائه می‌شود:

$$E_t(r_{t,t+1}^i - r_{t,t+1}^f) = \alpha [h_{cr,t} + \theta_1 LL_{cr,t} h_{cr,t} + \theta_2 LH_{cr,t} h_{cr,t} + \theta_3 HL_{cr,t} h_{cr,t} + \theta_4 HH_{cr,t} h_{cr,t}] \quad (11)$$

در واقع هدف برآورد ضرایب معادله (۱۱) است. فرایند ریسک‌گریز نسبی ارائه شده در رابطه (۶) کانالی است که توسط آن مدل تحلیل می‌شود. همچنین در صورت پذیرفته نشدن فرضیه رژیم‌های ترکیبی در مطالعه حاضر، مدل (۱۱) به مدل قیمت‌گذاری دارایی مصرف استاندارد که در (۲) معرفی شد، همگرا می‌شود.

### ۲-۳. ارائه توابع واکنش فازی

توابع واکنش در این مطالعه بر اساس متغیرهای مجازی فازی ساخته شده است. روش پیشنهادی فازی‌سازی متغیرهای مجازی بر اساس مطالعه گیلز و استرومر<sup>۲</sup> (۲۰۰۴) قرار دارد. این دو محقق با استفاده از خوشه‌بندی فازی، فیلتری جهت مدل‌سازی شکست‌های ساختاری در متغیرهای اقتصادی معرفی کردند. سپس با استفاده از سیستم فازی تاکاگی سوگنو<sup>۳</sup> (۱۹۸۵)

<sup>۱</sup> در لم استین (Stein's lemma) در مجموع فرض می‌شود که اگر  $X$  و  $Y$  دارای توزیع توأم نرمال باشند، بنابراین:

$$\text{cov}(g(X), Y) = E(g(X)) \text{cov}(X, Y).$$

<sup>۲</sup> Giles, D., and Stroomer,

<sup>۳</sup> Takagi, T. and Sugeno M.

اقدام به پیش‌بینی مدل نمودند. نهایتاً روش پیشنهادی خود را با فیلتر هودریک - پرسکات مقایسه کردند. ارزیابی آنها نشان داد که روش پیشنهادی باعث عملکرد بهتر مدل است. همچنین عرفانی و صفری (۲۰۱۴) به تبعیت از مدل پیشنهادی گیلز و استرومر، اثرات دو رژیم تورم بالا و پایین را بر منحنی لافر حق‌الضرب بررسی نمودند. نتایج آنها نشان داد که مدل پیشنهادی در مقایسه با سایر مدل‌های غیرخطی بهتر عمل نموده است.

توابع واکنش کمبل و کهران، در زمان‌های اخبار بد مصرف، با کاهش مصرف اضافه افزایش یافته و در نتیجه وزن بالایی را به اخبار مصرف در فرایند ریسک‌گریزی می‌دهد. در نتیجه ریسک‌گریزی افزایش می‌یابد. با افزایش ریسک‌گریزی صرف سهام از طریق مدل قیمت‌گذاری دارای بر اساس مصرف در چارچوب عادات افزایش می‌یابد. منطق ساخت این توابع در پژوهش فوق نیز با اندکی تغییرات بر همین اساس می‌باشد. اما همان‌گونه که بیان شد، شرایط بازار در این فرایند در ترکیب با شرایط اقتصاد به صورت رژیم‌های چهارگانه آشیانه‌ای وارد شده است.

این تغییرات با متغیرهای مجازی صفر و یک، به صورت غیرخطی، همانند مدل‌های TAR که توسط تانگ<sup>۱</sup> (۱۹۷۸) و تانگ و لیم<sup>۲</sup> (۱۹۸۰) معرفی شد، نیز می‌تواند مدلسازی شود. اما به دلیل عدم قطعیتی که در این شوک‌ها و رژیم‌ها وجود دارد، اندازه‌گیری آنها توسط متغیرهای دو ارزشی دقیق نیست. این مشکل با معرفی توابع انتقال، به جای متغیرهای مجازی (مدل STAR) مرتفع شد. در این مدل از توابع انتقال متفاوتی همچون لجستیک استفاده می‌شود. ایده انتقال تدریجی بین رژیم‌ها در ابتدا توسط باکن و واتس<sup>۳</sup> (۱۹۷۱) بیان شد. سپس توسط چان و تانگ (۱۹۸۶) وارد ادبیات سری‌های زمانی غیرخطی شد. نهایتاً گرنجر و تراسویرتا<sup>۴</sup> (۱۹۹۳) و تراسویرتا<sup>۵</sup> (۱۹۹۴) آن را توسعه دادند.

<sup>۱</sup> Tong, H.

<sup>۲</sup> Tong, H., and Lim, K.S.

<sup>۳</sup> Bacon, D.W., and Watts, D.G.

<sup>۴</sup> Granger, C.W.J., and Ter'asvirta, T.

<sup>۵</sup> Terasvirta, T.

مفهوم توابع انتقال در مدل‌های STAR بسیار نزدیک به توابع عضویت مجموعه‌های فازی<sup>۱</sup> می‌باشد. از این دیدگاه می‌توان انتقادی بر بخش ناخطی این‌گونه مدل‌ها وارد نمود. تابع انتقالشان همانند تابع عضویت فازی است؛ ولیکن هیچ قانون یا جمله زبانی برای ورودی‌ها استفاده نشده است. به عبارت دیگر، این مدل هیچ توضیحی برای ارائه بخش ناخطی که چرا بدین صورت قرار می‌گیرد و بر چه اساسی از تابع انتقال لجستیک و یا سایر توابع موجود دیگر استفاده می‌کند، ندارد.

جیوانیس<sup>۲</sup> (۲۰۰۹) از این مفهوم در مقاله کار خود جهت فازی‌سازی متغیرهای مجازی بررسی اثرات روزهای هفته بر بازده سهام چند کشور مختلف انجام داد. بزازان و همکاران (۱۳۹۱) نیز به تبعیت از جیوانیس با فازی‌سازی متغیرهای مجازی، اثرات روزهای هفته را بر بازده سهام تهران بررسی نمودند. در هر دو تحقیق از توابع عضویت مثلثی فازی استفاده شده است و نتایجشان حاکی از عملکرد بهتر مدل بر اساس متغیرهای مجازی فازی بود. اما این محققان هیچ دلیلی برای استفاده از توابع مثلثی فازی بیان نکردند. جیوانیس (۲۰۱۰) توابع انتقال را با توابع عضویت فازی در مدل STAR مقایسه نمود و نتیجه گرفت که توابع عضویت فازی باعث عملکرد بهتر مدل می‌شوند. ابونوری و شهریار (۱۳۹۲؛ ۱۳۹۳) و ابونوری و شهریار (۲۰۱۴) تابع انتقال فازی را با استفاده از قوانین پایایی متغیر وابسته ساختند و آن را در تابع تقاضای پول ایران مورد آزمایش قرار دادند. نتیجه حاکی از دقیق‌تر بودن مدل در چارچوب روش پیشنهادی در مقایسه با مدل STAR بود.

در مطالعه حاضر، با الهام از بخش ناخطی مدل STAR، اقدام به فازی‌سازی متغیرهای مجازی شده است. با توجه به مدل قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف متغیر نرخ رشد مصرف نهایی خانوار و بازده‌های سهام، به ترتیب نماینده اقتصاد و بازار مالی در نظر گرفته شده است. به دلیل اینکه داده‌ها به صورت منفی و مثبت هستند، متغیرهای مجازی کلاسیک رکود و رونق به ترتیب برای اقتصاد کلان و بازار مالی به صورت زیر معرفی می‌شوند.

<sup>۱</sup> هدف نظریه مجموعه‌های فازی یافتن الگوهای ریاضی است که با نحوه تفکر و استنتاج انسانی و همچنین با الگوهای طبیعی و واقعی تطابق و سازگاری داشته باشد.

<sup>۲</sup> Giovanis, E.

( $L$  و  $H$ ) به ترتیب نشان‌دهنده نرخ رشد مصرف نهایی خانوار و بازده‌های سهام در دوره رکود و رونق اقتصاد و بازار است):

$$I_{CL} = \begin{Bmatrix} 1 & IF & c_t < 0 \\ 0 & o.w & \end{Bmatrix}, I_{CH} = \begin{Bmatrix} 1 & IF & c_t > 0 \\ 0 & o.w & \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

$$I_{rL} = \begin{Bmatrix} 1 & IF & r_t < 0 \\ 0 & o.w & \end{Bmatrix}, I_{rH} = \begin{Bmatrix} 1 & IF & r_t > 0 \\ 0 & o.w & \end{Bmatrix}$$

مجموعه‌های معرفی شده (۱۲) قطعی و کلاسیک با بردی دو ارزشی شامل مقادیر صفر و یک هستند. می‌توان استدلال نمود، رکود و رونق مفاهیمی فازی هستند و دقیقاً قابل اندازه‌گیری نمی‌باشند. برای یک زمان مشخص، مقدار نرخ رشد مصرف و یا بازده سهام تا اندازه‌ای می‌تواند به مجموعه رکود و تا اندازه‌ای به مجموعه رونق متعلق باشد. این مفهوم باعث بسط برد مجموعه‌های (۱۳) از مجموعه دو ارزشی صفر و یک به بازه پیوسته بین صفر و یک بسته می‌گردد. همچنین تداعی‌کننده مفهوم خوشه‌بندی فازی نیز می‌باشد. در خوشه‌بندی قطعی یک داده متعلق به یک خوشه هست یا نیست. اما در خوشه‌بندی فازی به تمام خوشه‌ها با مقادیر عضویت متفاوت تعلق دارد. در خوشه‌بندی به دنبال گروه‌هایی از داده‌ها هستیم که به یکدیگر شباهت دارند و با کشف این شباهت می‌توان رفتارها را بهتر شناسایی کرده و بر مبنای آنها طوری عمل کرد که نتیجه بهتری حاصل شود. الگوریتم‌های متفاوتی برای خوشه‌بندی فازی معرفی شده است. در این مطالعه از روش "خوشه‌بندی فازی c-means" (FCM) برای جداسازی داده‌ها در  $c$  خوشه فازی استفاده شده است. متقابلاً سایر روش‌ها می‌توانند در مقام مقایسه انتخاب شوند (غضنفری و رضایی ۱۳۸۵).

اگر  $x_k$ ،  $k$  امین داده و  $v_i$  مرکز  $i$ امین خوشه فازی در نظر بگیریم، فاصله بین آنها با  $d_{ik} = \|x_k - v_i\|$  محاسبه خواهد شد. در ادامه با نشان دادن "درجه عضویت" داده در خوشه  $i$ ام با  $u_{ik}$  خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^c (u_{ik}) = 1 \quad i = 1, 2, 3, \dots, c$$

هدف جداسازی داده‌ها در  $c$  خوشه می‌باشد؛ به طوری که مکان خوشه‌ها و درجه عضویت به صورت همزمان معین شود. بنابراین تابع هدف زیر حداقل‌سازی خواهد شد:

$$j(u, v) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n u_{ik}^m d_{ik}^2$$

هیچ معیاری برای انتخاب پارامتر  $m$  وجود ندارد. اما طبق گیلز (۲۰۰۴) آنچه که در عمل رایج است، انتخاب  $m=2$  می‌باشد و بر اساس نیاز در این مطالعه از این مقدار استفاده شده است. اگر از خوشه‌بندی قطعی استفاده کنیم، داده‌ها به دو خوشه مجزا تقسیم خواهند شد و هر نمونه تنها متعلق به یکی از خوشه‌ها خواهد بود. به عبارت دیگر، تابع تعلق هر نمونه مقدار صفر یا یک خواهد داشت و ماتریس  $U$  به صورت دو ارزشی می‌باشد. در صورت استفاده از خوشه‌بندی فازی، منحنی تابع عضویت هموارتر است و مرز بین خوشه‌ها، یقینی نمی‌باشد. با این تفاسیر هر کدام از متغیرهای نرخ رشد مصرف و بازده سهام را به دو خوشه تقسیم‌بندی نموده و توابع عضویت آنها استخراج شده است. اگر  $u_{rL}$ ،  $u_{rH}$ ،  $u_{cL}$  و  $u_{cH}$  به ترتیب مقادیر عضویت رکود و رونق سری زمانی نرخ رشد مصرف و بازده بازار سهام باشند، آنگاه داریم:

$$1- \text{ اگر اقتصاد کلان در دوره رکود باشد آنگاه } L_{ct} = u_{cL}$$

$$2- \text{ اگر اقتصاد کلان در دوره رونق باشد آنگاه } H_{ct} = u_{cH}$$

$$3- \text{ اگر بازار سهام در دوره رکود باشد آنگاه } L_{rt} = u_{rL}$$

$$4- \text{ اگر بازار سهام در دوره رونق باشد آنگاه } H_{rt} = u_{rH}$$

از آنجا که برای هر سری زمانی دو متغیر مجازی وجود دارد؛ بنابراین به صورت همزمان ۴ متغیر مجازی با استفاده از قوانین فازی و عملگر ضرب به صورت زیر استخراج شده است (جهت آشنایی بیشتر به غضنفری و رضایی (۱۳۸۵) مراجعه شود):

$$1- \text{ اگر اقتصاد کلان در رکود و بازار سهام در رکود باشد؛ آنگاه } LL_{Cr,t} = L_{ct} * L_{rt}$$

$$2- \text{ اگر اقتصاد کلان در رکود و بازار سهام در رونق باشد؛ آنگاه } LH_{Cr,t} = L_{ct} * H_{rt}$$

$$3- \text{ اگر اقتصاد کلان در رونق و بازار سهام در رکود باشد؛ آنگاه } HL_{Cr,t} = H_{ct} * L_{rt}$$

$$4- \text{ اگر اقتصاد کلان در رونق و بازار سهام در رونق باشد؛ آنگاه } HH_{Cr,t} = H_{ct} * H_{rt}$$

### ۳. روش‌شناسی پژوهش

#### ۳-۱. روش‌های اقتصادسنجی

مدل‌های (۲) و (۱۱) در دو مرحله برآورد شده است. اولین مرحله، برآورد سیستم معادلات گارچ دو متغیره فازی (از نوع VECM که در رابطه (۱۳) معرفی شده است) و استخراج

کوواریانس شرطی  $h_{cr,t}$  است. سپس کوواریانس شرطی در مدل‌های (۲) و (۱۱) جانشین شده است. در گام دوم مدل (۲) با استفاده از روش حداقل مربعات معمولی و (۱۱) توسط روش حداقل مربعات غیرخطی برآورد شده است.<sup>۱</sup>

سیستم معادلات گارچ دو متغیره فازی برای بازده سهام و نرخ رشد مصرف در رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) معرفی شده است:

$$\begin{cases} c_t = \tau_1 L_{ct} + \tau_2 H_{ct} + \tau_3 c_{t-1} + \varepsilon_{ct} \\ h_{ct} = \omega_1 L_{ct} + \omega_2 H_{ct} + \omega_3 h_{c,t-1} + \omega_4 \varepsilon_{c,t-1}^2 \\ r_t = \theta_1 L_{rt} + \theta_2 H_{rt} + \theta_3 r_{t-1} + \varepsilon_{rt} \\ h_{rt} = \varphi_1 L_{rt} + \varphi_2 H_{rt} + \varphi_3 h_{r,t-1} + \varphi_4 \varepsilon_{r,t-1}^2 \\ h_{cr,t} = \rho_0 + \rho_5 h_{cr,t-1} + \rho_6 \varepsilon_{r,t-1} \varepsilon_{c,t-1} \end{cases} \quad (13)$$

در سیستم معادلات فوق، با ورود رژیم‌های فازی فرضیه‌های فرعی زیر نیز بررسی و آزمون شده است:

- میانگین مصرف در دوره رکود اقتصاد کمتر از دوره رونق است.
- میانگین بازده‌ها در بازار کاهشی کمتر از بازار افزایشی است.
- نوسان مصرف در دوره رکود اقتصاد نسبت به دوره رونق بیشتر است.
- نوسان بازده‌ها در بازار کاهشی نسبت به بازار افزایشی بیشتر است.

### ۲-۳. معرفی و تحلیل داده‌ها

در این پژوهش برای جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز، از داده‌ها و اطلاعات موجود در بانک مرکزی ایران و بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است. همچنین دوره زمانی برای داده‌ها به صورت فصلی و از فصل اول سال ۱۳۷۱ تا فصل چهارم ۱۳۹۳ می‌باشد.<sup>۲</sup> در ادامه متغیرهای مورد نیاز و آمار توصیفی آنها ارائه شده است:

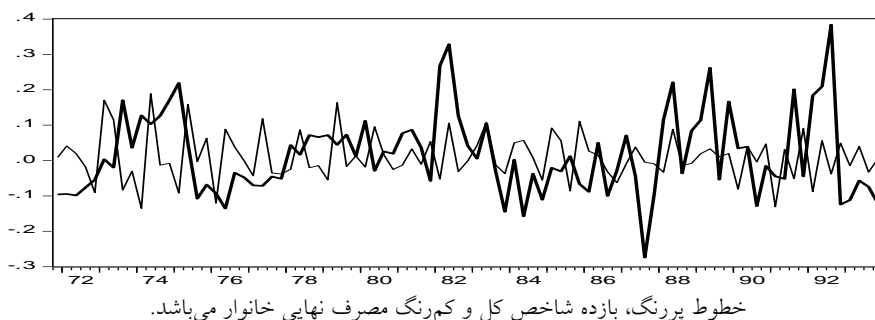
اولین متغیر شاخص کل قیمت بازار اوراق بهادار تهران می‌باشد که به صورت فصلی استفاده شده است. بازدهی (پیوسته) فصلی بازار سهام، بر پایه شاخص قیمت فصلی به صورت

<sup>۱</sup> مدل‌های اقتصادسنجی متناظر با مدل‌های نظری (۲) و (۱۱) با اضافه نمودن یک جمله خطا ساخته می‌شود. در مدل (۲) علاوه بر جمله خطا، عرض از مبدأ جهت آزمون اعتبار مدل (باید از نظر آماری بدون معنا باشد) به صورت زیر اضافه می‌شود:

$$E_t[r_{i,t+1} - r_{f,t+1}] = \alpha_0 + \alpha_1 h_{cr,t} + \varepsilon_t$$

<sup>۲</sup> داده‌های فصلی حدود ۲۳ سال را در بر گرفته است و حدود ۹۲ داده فصلی می‌باشند.

که در آن شاخص قیمت فصلی سهام عادی و سود سهام تقسیم شده در بازار اوراق بهادار تهران می‌باشد. از آنجا که برای دوره زمانی یاد شده داده‌های قابل اعتمادی از سود سهام تقسیم شده در اختیار نبود، از این مقدار صرف نظر شد (با وجود سود تقسیم شده مقدار صرف سهام بیشتر خواهد شد). متغیر دوم، سری زمانی مصرف نهایی خانوار می‌باشد که از بانک مرکزی ایران به صورت فصلی دریافت شده است. نمودار (۱) بازده شاخص کل بازار سهام تهران و مصرف نهایی خانوار ( $C_t$ ) که توسط شاخص تورم ۱۳۹۱ هموار شده است، ارائه داده است. روند هر دو سری زمانی با توجه به نمودار آنها نوسان زیادی را نشان می‌دهد که در ظاهر، این روندها معکوس یکدیگر هستند. کوواریانس این دو سری زمانی نیز منفی با مقدار  $-۰/۰۰۰۳۸$  می‌باشد.



نمودار ۱. بازده شاخص کل و نرخ رشد مصرف نهایی خانوار (حقیقی)

متغیر سوم، ارائه ابزاری مناسب برای نرخ دارایی بدون ریسک است. در ادبیات مالی برای اقتصادهایی که اوراق خزانه بلندمدت وجود ندارد، از نرخ رایج در بازار پول به عنوان نرخ دارایی بدون ریسک استفاده می‌شود. در این مقاله از میانگین نرخ سپرده‌های یک ساله و پنج ساله بانکی به صورت فصلی که توسط بانک مرکزی اعلام می‌شود، به صورت جانشینی برای دارایی‌های بدون ریسک استفاده شده است.<sup>۱</sup> صرف سهام از تفاوت نرخ بازده دارایی بدون ریسک از نرخ بازده‌های سهام به دست می‌آید  $(r_{i,t+1} - r_{f,t+1})$ .

<sup>۱</sup> برای نمونه به دونالدلی و پروسپری (۲۰۱۲) مراجعه شود.



متغیر بعدی، سری زمانی نسبت مصرف اضافه است. با توجه به محدودیت  $0 < S_t$  برای سطح عادات از مصرف نهایی دو دوره گذشته خانوار استفاده شده است. در ادامه برخی از ویژگی‌های توزیع سری‌های زمانی صرف سهام، بازده‌های حقیقی سهام، میانگین حقیقی سپرده‌های بانکی، نرخ رشد حقیقی مصرف نهایی خانوار و نسبت مصرف اضافه در جدول (۱) آورده شده است.

جدول ۱. آمارهای توصیفی سری‌های زمانی

نام متغیر	میانگین	انحراف معیار	چولگی	کشیدگی	آماره جارکیو-برا (p-value)
بازده حقیقی سهام	۰/۰۱۶	۰/۱۱۷	۰/۶۹۹	۳/۵۸	*۰/۰۱
صرف سهام	۰/۰۳۱	۰/۱۲۲	۰/۵۲	۳/۰۹	۰/۱۲
نرخ رشد مصرف نهایی	۰/۰۱	۰/۰۶۶	۰/۷۱	۳/۹	*۰/۰۳
بازده‌های حقیقی سپرده‌های بانک	-۰/۰۱۴	۰/۰۲۸	-۱/۷	۸/۰۷	*۰/۰۰
نسبت مصرف اضافه	۰/۱۵	۰/۰۶۶	۰/۷۸	۳/۴۱	*۰/۰۱

منبع: یافته‌های تحقیق. علامت \* به معنای معناداری آزمون است.

نتایج جدول (۱) نشان می‌دهد، نرخ رشد حقیقی مصرف نهایی خانوار و بازده‌های حقیقی سهام دارای ضریب کشیدگی و چولگی بیشتر از توزیع نرمال هستند و بنابراین فرضیه نرمال بودن آنها توسط آزمون بارکیو-برا تایید نمی‌شود.

#### ۴. برآورد مدل و یافته‌های تجربی

##### ۴-۱. نتایج برآورد گارچ دو متغیره فازی

قبل از برآورد مدل گارچ (۱۳) وضعیت خودهمبستگی‌ها با مراتب متفاوت در سری‌های زمانی و مجذور سری‌های زمانی نرخ رشد حقیقی مصرف نهایی خانوار و بازده حقیقی سهام مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل از این بررسی در جدول (۲) گزارش شده است.

جدول ۲. خود همبستگی سری‌های زمانی در مراتب متفاوت

خود همبستگی بازده حقیقی سهام و مجذورش						
$\gamma(20)$	$\gamma(15)$	$\gamma(10)$	$\gamma(4)$	$\gamma(2)$	$\gamma(1)$	خودهمبستگی
۰/۲۰۷	۰/۱۵	۰/۱۷۶	*۰/۰۴۲	۰/۲۱۲	۰/۳۶۶	$r_t$
۰/۰۷۸۸	*۰/۰۳۲۹	*۰/۰۴۳۶	*۰/۰۱۸۱	*۰/۰۱۰۷	*۰/۰۱۰۱	$r_t^2$
خودهمبستگی نرخ رشد حقیقی مصرف نهایی خانوار و مجذورش						
$\gamma(20)$	$\gamma(15)$	$\gamma(10)$	$\gamma(4)$	$\gamma(2)$	$\gamma(1)$	خودهمبستگی
۰/۰۷۲	۰/۰۶۴	۰/۰۵۲۹	*۰/۰۳۴	*۰/۰۳۳	۰/۰۸۲	$c_t$
*۰/۰۰۰	*۰/۰۰۰	*۰/۰۰۰	*۰/۰۱۷۶	۰/۰۸۸	۰/۰۱۴۴	$c_t^2$

منبع: یافته‌های تحقیق حاصل از نرم افزار Eviews علامت \* به معنای معنی‌داری آزمون است.

با توجه به نتایج جدول (۲) خودهمبستگی برای مجذور این سری‌ها در مراتب متفاوت معنادار است. ایده اصلی مدل‌های نوسان همانند گارچ این است که سری زمانی خودهمبستگی سریالی نداشته باشد و یا با درجه بسیار پایینی خودهمبسته باشد. اما یک سری زمانی وابسته باشد. نتایج جدول (۲) این موارد را برای دو سری زمانی بازده شاخص کل و مصرف نهایی خانوار تأیید می‌کند. بنابراین استفاده از مدل گارچ دومتغیره برای مدل‌سازی سری‌های زمانی بازده حقیقی سهام و نرخ رشد مصرف نهایی خانوار با توزیع خطای  $t$  جهت استخراج کوواریانس‌های شرطی مناسب است.

نتایج برآورد سیستم گارچ دومتغیره فازی (۱۳) در جدول (۳) گزارش شده است. انتخاب وقفه‌های بهینه مدل گارچ، با توجه به معیار شوارتز بیزین که نسبت به سایر معیارهایی چون آکائیک و حانان-کوئین، تعداد درجات آزادی کمتری را از دست می‌دهد، انجام شده است. نتایج برآورد مدل (۱۳) نشان می‌دهند که میانگین بازده‌های سهام در دوره رونق بازار به صورت برجسته‌ای با مقدار ضریب معنادار ۱۳/۹ درصد فصلی و نوسان پایین‌تر نسبت به دوره‌های رکود بازار با میانگین بازده‌های فصلی به صورت معنادار ۶- درصد مشخص می‌شود. این مشاهدات با اثرات اهرمی در بازار سازگار است. بدین مفهوم که با یک ریزش در قیمت سهام نسبت بدهی بنگاه‌ها افزایش یافته و در نتیجه باعث افزایش ریسک دارایی خواهد شد

(بی و همکاران، ۲۰۰۷). بنابراین دوره‌های رکود بازده‌های منفی و عدم اطمینانی بالا را برای سرمایه‌گذار تولید می‌کند.

جدول ۳. نتایج برآورد گارچ دو متغیره فازی سیستم معادلات (۱۳)<sup>۱</sup>

نام ضرایب سیستم	مقدار ضریب سیستم	خطای استاندارد ضرایب سیستم	آزمون پورتمانتیو
$\tau_1$	*-۰/۰۲۹	۰/۰۰۵	مقدار احتمال معنی داری آماره Q تعدیل شده برای وقفه های ۱، ۸ و ۱۲ به ترتیب: ۰/۴۸، ۰/۳۹ و ۰/۷۴.
$\tau_2$	*۰/۰۸	۰/۰۰۵	
$\omega_1$	*۰/۰۰۰۲۶۸	۰/۰۰۰۰۷	
$\omega_2$	*۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۰۲	
$\partial_1$	*-۰/۰۰۶	۰/۰۰۰۲۲	
$\partial_2$	*۰/۰۱۳۹	۰/۰۰۰۹۹	
$\varphi_1$	*۰/۰۰۰۹۸	۰/۰۰۰۱	
$\varphi_2$	*۰/۰۰۰۱۹	۰/۰۰۰۰۹	

منبع: یافته‌های تحقیق حاصل از نرم افزار Eviews. علامت \* به معنای معناداری ضرایب از نظر آماری است.

نرخ رشد مصرف حقیقی نهایی خانوار در اقتصاد کلان نیز الگویی مشابه ایجاد می‌کند. میانگین نرخ رشد مصرف در دوره‌های رونق با مقدار ضریب معنادار ۸ درصد فصلی و نوسانی پایین‌تر و مقدار معنادار منفی ۲/۹ درصد در دوره رکود با نوسانی بالاتر مشخص می‌شود. این نتیجه نشان می‌دهد که دوره‌های رکود نسبت به رونق نوسانی بالاتر را به دلیل عدم اطمینان در مسیر رشد آینده از مصرف ارائه نموده است. آزمون پورتمانتیو<sup>۲</sup> که در جدول (۳) گزارش شده، حاکی از عدم خودهمبستگی در مانده‌های مدل است.

<sup>۱</sup> در جدول (۳) فقط ضرایبی که از نظر تفسیر اهمیت دارند، گزارش شده است.

<sup>۲</sup> آماره آزمون لیونگ باکس هاسکینگ که شکل چند متغیره آن آزمون پورتمانتیو است، برای آزمون وجود اثرات خودهمبستگی در مانده‌های مدل چندمتغیره استفاده می‌شود.

#### ۲-۴. نتایج بررسی معمای صرف سهام با استفاده از مدل C-CAPM

قبل از برآورد مدل (۲)، وضعیت مانایی داده‌های سری‌زمانی صرف سهام و کوواریانس شرطی حاصل از سیستم (۱۳) با استفاده از آزمون فیلیپس و پرون مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل از این آزمون در سطح متغیرها در جدول (۴) نشان داده شده است. بر اساس نتایج این جدول، متغیرها در سطح مانا می‌باشند.

جدول ۴. نتایج آزمون ریشه واحد برای متغیرهای مدل

آزمون فیلیپس و پرون (pp)				مقدار آماره	متغیر
مقادیر بحرانی			احتمال		
٪۱۰	٪۵	٪۱	معنی‌داری آماره		
-۲/۵۸	-۲/۹	-۳/۵	-۱۲/۱۵۹	۰/۰۰۰۱	کوواریانس شرطی $(h_{r,c})$
-۲/۵۸	-۲/۹	-۳/۵	-۵/۹	۰/۰۰۰	صرف سهام

منبع: یافته‌های تحقیق حاصل از نرم افزار Eviews.

برای بررسی معمای صرف سهام، مدل C-CAPM (۲) برآورد و نتایجش در جدول (۵) گزارش شده است. این نتایج نشان می‌دهند که ضریب ریسک‌گریز نسبی ( $\alpha_1$ ) با مقدار منفی ۳/۹ از نظر آماری در سطح ۰/۰۵ درصد معنادار است. بنابراین طبق مهرا (۲۰۰۳) چون ضریب ریسک‌گریز نسبی خارج از دامنه مجاز است (از نظر تئوری و تجربی ضریب ریسک‌گریز نسبی باید در دامنه ۲ تا ۱۰ باشد)، ملاحظات ریسک به تنهایی قادر به توضیح صرف سهام مشاهده شده در بازار تهران با مقدار میانگین فصلی ۳/۱ درصد در دوره زمانی یاد شده نیست. این نتیجه، نشان می‌دهد که مدل C-CAPM فقط در صورتی که ضریب ریسک‌گریز نسبی منفی باشد، قدرت توضیح صرف سهام را دارد. این مورد در اقتصاد، معمای صرف سهام نامیده می‌شود. ضریب ریسک‌گریز منفی یعنی سرمایه‌گذار خواهان ریسک است. توجیه ضریب ریسک‌گریز منفی در مدلی که در آن نماینده اقتصاد بسیار مراقب جریان مصرفش است، مشکل و غیرمعقول است.

با اینکه مقدار عرض از مبدأ، از نظر آماری در سطح ۰/۰۵ درصد معنادار نمی‌باشد، اما آماره‌های تشخیص گزارش شده در جدول (۵) رضایت‌بخش نیست. بنابراین در ادامه مدلی نظری و تجربی برای توضیح معمای صرف سهام در ایران، ارائه و برآورد شده است.

جدول ۵. برآورد معادله C-CAPM

پارامترها			
$\alpha_1$		$\alpha_0$	
-۳/۹ (۱/۸)*		۰/۰۲۹ (۰/۱۰۴۴)	
آماره‌های تشخیص			
مقدار آماره F	دارین-واتسن	R تعدیل شده	خود همبستگی
{۰/۰۴} ۹/۱۴	۱/۷۱	۰/۳۴	{۰/۰۴۴} مرتبه ۱، {۰/۰۸۹} مرتبه ۱۰

منبع: یافته‌های تحقیق حاصل از نرم افزار Eviews. خطای استاندارد ضرایب در ( ) گزارش شده است. { } نشان‌دهنده احتمال معناداری است. علامت \* معناداری ضریب از نظر آماری است.

#### ۳-۴. نتایج بررسی مدل قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف در چارجوب عادات با توابع واکنش فازی

نتایج برآورد مدل (۱۱) در جدول (۶) ارائه شده‌است. با توجه به نتایج جدول (۶) تمام ضرایب از لحاظ آماری معنادار و مثبت هستند. همچنین آماره‌های تشخیص، اعتبار مدل را تأیید می‌کند. بر اساس این مدل، دیگر ضریب کوواریانس شرطی ( $h_{cr,t}$ )، اشاره به ریسک گریز نسبی ندارد. همچنین مقدار ضریب ریسک‌گریزی متغیر است که میانگینش برای ۴ رژیم ترکیبی در جدول (۶) گزارش شده است.

بر اساس نتایج جدول (۶)، مقدار صرف ریسک سهام در رژیم‌های رکود اقتصاد، صرف‌نظر از اینکه بازار در چه حالتی قرار دارد، نسبت به حالت رونق بیشتر است. البته در رژیم رکود اقتصاد و بازار کاهشی، نسبت به بازار افزایشی، مقدار این ضریب بالاتر است. این نتیجه همگام با بسیاری از مطالعات می‌باشد (برای نمونه به کمبل و کهران ۱۹۹۹ مراجعه شود). در رژیم‌های رونق اقتصاد نیز صرف ریسک سهام کمتر است. این مقدار زمانی که در رونق اقتصاد،

بازار افزایشی باشد به کمترین حد می‌رسد. همگام با این نتایج، میانگین ضریب ریسک‌گریزی در رژیم‌های ترکیبی رکود اقتصاد و بازار کاهشی، به بیشترین مقدار می‌رسد. البته زمانیکه بازار افزایشی باشد این مقدار کمتر است. در رژیم رونق اقتصاد میانگین ضریب ریسک‌گریزی نسبت به دو رژیم رکود اقتصاد در زمانهای بازار کاهشی و افزایشی کمتر است. کم‌ترین مقدار ریسک‌گریزی نسبی در رژیم رونق در اقتصاد و بازار سهام افزایشی حاصل شده است.

جدول ۶. نتایج برآورد مدل قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف در چارچوب عادات با توابع واکنش فازی

ضرایب				
$\theta_4$	$\theta_3$	$\theta_2$	$\theta_1$	$\alpha$
۳/۵۶	۴/۱	۵/۸	۸/۴	۰/۱۸
*(۰/۸)	*(۰/۶)	*(۰/۹)	*(۰/۴)	*(۰/۰۵)
آماره‌های تشخیص				
خود همبستگی		R تعدیل شده	داربین-واتسن	
{۰/۴۹۸} مرتبه ۱۰،		۰/۶۳۶	۱/۹۴	
میانگین ریسک‌گریزی در رژیم‌های متفاوت				
رونق اقتصاد - بازار افزایشی	رونق اقتصاد - بازار کاهشی	رکود اقتصاد - بازار افزایشی	رکود اقتصاد - بازار کاهشی	
۱/۱۲۳۳۶۲۳۸	۱/۱۵۳۸۷۱۴	۱/۴۲۶۲۰۱۶	۱/۹۸۴۴۳۰۴۱	

منبع: یافته‌های تحقیق حاصل از نرم افزار Eviews. خطای استاندارد ضرایب در () گزارش شده است. {} نشان‌دهنده احتمال معناداری است. علامت \* معناداری آزمون برای ضریب مربوطه را نشان می‌دهد.

این نتایج نشان می‌دهد که در رژیم رکود اقتصاد صرف‌نظر از اینکه بازار افزایشی باشد یا کاهشی، اخبار بد مصرف (که توسط تابع واکنش مربوط به این رژیم ترکیبی وزن بالاتری را به خود اختصاص می‌دهد) باعث افزایش ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار می‌شود. این نکته یادآوری می‌کند که در ایران افراد با درآمدهای نامطمئن و پایین بسیار مخالف با سرمایه‌گذاری در بازار سهام هستند و جهت تحریک آنها برای نگهداری سهام، باید بازار صرف بالایی را تولید کند.

زمانی که مصرف پایین و نوسان آن بالا است، آنها بدنبال فرصتهای سرمایه‌گذاری مطمئن همانند سپرده‌های بانک هستند. البته در رژیم بازار افزایشی مقدار ریسک‌گریزی فرد کمتر می‌شود.

##### ۵. نتیجه‌گیری

هدف اصلی مقاله، بررسی معمای صرف سهام در ایران است. سپس، در صورت وجود معما، کمک به حل بهتر معما با استفاده از مدل قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف، در چارچوب عادات، از دیدگاهی متفاوت است. برای نیل به اهداف یاد شده از ابزاری جدید که یکی از نوآوری‌های مقاله حاضر است، استفاده شده است. بر اساس یافته‌ها، ضریب ریسک‌گریز نسبی سرمایه‌گذار در چارچوب مدل قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف در ایران، از لحاظ آماری معنادار (سطح ۵ درصد) با مقدار  $3/9-$  است. از یک طرف در راستای مدل قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف ادعا می‌شود، سرمایه‌گذار ریسک‌گریز بوده و خواهان هموار نمودن مصرف در طول زندگی است و از طرف دیگر این یافته در ایران نشان می‌دهد، سرمایه‌گذار خواهان ریسک است. بنابراین این یافته در چارچوب نظری قابل توجیه نیست. بر این اساس نتیجه می‌شود که معمای صرف سهام در ایران برقرار است.

تعدادی از پژوهش‌های خارج کشور نیز ضریب ریسک‌گریز منفی را گزارش نموده‌اند. به عنوان مثال دنادلی و پروسپری (۲۰۱۲) برای کشورهای ژاپن، ایالت متحده و آلمان در چارچوب مدل قیمت‌گذاری دارایی استاندارد بر اساس مصرف، ضریب ریسک‌گریز نسبی دهه‌های اخیر را منفی گزارش نموده‌اند. همچنین در تحقیق محمدزاده و همکاران (۱۳۹۴) ضریب ریسک‌گریز نسبی در چارچوب مدل قیمت‌گذاری دارایی و با استفاده از روش گشتاورهای تعمیم یافته ۲۱ گزارش شده است. هر چند که در این تحقیق به معمای صرف سهام اشاره نشده ولی نتیجه آنها نشان داد که مدل قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف به دلیل وجود معمای صرف سهام نمی‌تواند صرف سهام مشاهده شده را در ایران توضیح دهد، به گونه‌ای که منطق و نظری اقتصاد نیز آن را حمایت نماید.

نتایج مقاله نشان داد که مدل قیمت‌گذاری دارایی بر اساس مصرف با توابع واکنش فازی، قادر به توضیح صرف سهام مشاهده شده در ایران است. نتایج این مدل در داده‌های فصلی ایران و دوره زمانی ۱۳۷۱-۱۳۹۳ نشان داد صرف نظر از اینکه بازار سهام افزایشی باشد یا

کاهش، ریسک‌گریز نسبی و صرف سهام مخالف با رژیم‌های اقتصاد حرکت می‌کند. البته رژیم‌های بازار سهام، در شدت این حرکت مؤثر می‌باشد. همچنین نشان داد که صرف سهام در شرایط رکود اقتصاد افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر، مخالف با چرخه‌های اقتصاد حرکت می‌کند. با این حساب سرمایه‌گذاران می‌توانند با تخصیص مناسب پورتفوای دارایی خود بین دارایی ریسکی و غیرریسکی در این شرایط از صرف سهام موجود در بازار استفاده نمایند.

### منابع

- ابونوری، اسمعیل، شهریار، بهنام (۱۳۹۲). مدل‌سازی ناخطی شکست‌های ساختاری تابع تقاضای پول در ایران با نگرش فازی. *فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی (رشد و توسعه پایدار)*، ۴: ۵۵-۷۸.
- ابونوری، اسمعیل، شهریار، بهنام (۱۳۹۳). مدل‌سازی انتقاد لوکاس با رویکرد مجموعه‌های فازی، *تحقیقات اقتصادی*، ۴۹(۲): ۲۶۵-۲۲۹.
- بزازان، فاطمه، شیرین‌بخش ماسوله، شمس‌الله صفری، سولماز (۱۳۹۲). بررسی اثرات روزهای هفته بر بازده سهام رویکرد رگسیون گارچ فازی بوت‌استرپ. *دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، ۱۳: ۹۹-۱۱۰.
- تهرانی، رضا، گودرزی، مصطفی، مرادی، هادی (۱۳۸۷). ریسک و بازده: آزمون مدل CCAPM در مقایسه با مدل CAPM در بورس اوراق بهادار تهران. *تحقیقات اقتصادی*، ۴۳(۴): ۶۱-۸۲.
- غضنفری، مهدی، رضایی، محمود (۱۳۸۹). مقدمه‌ای بر نظریه مجموعه‌های فازی. تهران، دانشگاه علم و صنعت ایران.
- کشاورز حداد، غلامرضا، اصفهانی، محمدرضا (۱۳۹۲). معمای صرف سهام در بورس اوراق بهادار تهران در چارچوب آزمون‌های تسلط تصادفی. *فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران*، ۵۶ (۱۸): ۴۰-۱.
- محمدزاده، اعظم، شهیکی تاش، محمد نبی، روشن، رضا (۱۳۹۴). مقایسه مدل‌های قیمت گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای مبتنی بر مصرف (CCAPM) و مبتنی بر مخارج مصرفی مسکن (HCCAPM). *فصلنامه نظریه‌های کاربردی اقتصاد*، ۲ (۳): ۴۹-۷۲.
- Abounoori, E. and B, Shahriyar. (2014). A new nonlinear specification of structural breaks for money demand in Iran. *Iranian Journal of Economic Studies*, 3(1): 1-19.



- Bacon, D.W, and Watts, D.G. (1971). Estimating the transition between two intersecting straight lines. *Biometrika*, 58: 34-525
- Bae, J., Kim, C-J.,and C.R, Nelson. (2007). Why are stock returns and volatility negatively correlated. *Journal of Empirical Finance*, 14: 41-58.
- Brandt, M. W., and Wang, K. Q. (2003). Time-varying risk aversion and unexpected inflation. *Journal of Monetary Economics*, 50 (7): 1457–1498.
- Campbell, J.Y. (1996). Consumption and the stock market: Interpreting international experience. *Swedish Economic Policy Review*, 3: 251-299.
- Campbell, J.Y., and Cochrane J.H. (1999). By force of habit: A consumption-based explanation of aggregate stock market behavior. *Journal of Political Economy*, 107(2): 205–251.
- Campbell, J.Y. (2003). Consumption-based asset pricing. *Handbook of the Economics of Finance*, George Constantinides, Milton Harris, and Rene Stulz eds, North-Holland, Amsterdam, 1B, 803-887.
- Chan, K.S. and Tong, H. (1986). On estimating thresholds in autoregressive models. *Journal of Time Series Analysis*, 7: 179–90.
- Constantinides, G.M., Donaldson, J.B., and Mehra, R. (2002). Junior Can't Borrow: A new perspective on the equity premium puzzle. *Quarterly Journal of Economics*, 117(1): 269–296.
- Donadelli, M., and Proserpi, L. (2012). The equity premium puzzle: Pitfalls in estimating the coefficient of relative risk aversion. *Journal of Applied Finance & Banking*, 2(2): 177-213.
- Donaldson, J. B., and Mehra, R. (1984). Comparative dynamics of an equilibrium intertemporal asset pricing model. *Review of Economic Studies*, 51: 491–508.
- Epstein, L. G., and Zin, S. E. (1991). Substitution, risk aversion, and the temporal behavior of consumption and asset returns: An empirical analysis. *Journal of Political Economy*, 99: 263–286.
- Erfani, A., and Safari, S. (2014). Estimation of seigniorage laffer curve in IRAN: A Fuzzy C-Means Clustering Framework. *Journal of Money and Economy*, 9(1): 93-115.
- Giles, D., and Stroomer, C.(2004). Identifying the cycle of a macroeconomic time-series using fuzzy filtering, University of Victoria, Working Paper.
- Giovanis, E. (2009). Bootstrapping fuzzy-garch regressions on the day of the week effect in stock returns: Applications in MATLAB. MPRA, Working Paper.

- Giovanis, E. (2010). Proposal of additional fuzzy membership functions in smoothing transition autoregressive models. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 4:14-22.
- Gordon, S., and St-Amour, P. (2000). A preference regime model of bull and bear markets. *American Economic Review*, 90(4) : 1019–1033.
- Granger, C.W.J., and Teräsvirta, T. (1993). Modelling nonlinear economic relationships, Oxford: Oxford University Press.
- Mehra, R. (2003). The equity premium: Why is it a puzzle? *Financial Analysts Journal*, 59(1): 54-69.
- Mehra, R., and Prescott, E. C. (1985). The equity premium: a puzzle. *Journal of Monetary Economics*, 15(2): 145-161.
- Nuri E, S., and Mirakhor, A. (2010). The equity premium puzzle, ambiguity aversion, and institutional quality: Implications for Islamic Finance. *Journal of Islamic Economics, Banking and Finance*. 6(1).
- Piazzesi, M., Schneider, M., and Tuzel, S. (2007). Housing, consumption and asset prices. *Journal of Financial Economics*, 83: 531–569.
- Takagi, T. and Sugeno M. (1985). Fuzzy identification of systems and its application to modelling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 15: 116-132.
- Terasvirta, T. (1994). Specification, estimation, and evaluation of smooth transition autoregressive models. *Journal of the American Statistical Association*, 89: 18-208.
- Tong, H., (1978). On a threshold model, in C.H. Chen (ed.). *Pattern Recognition and Signal Processing*, Amsterdam: Sijthoff & Noordhoff, 101–41.
- Tong, H., and Lim, K.S. (1980). Threshold autoregressions, limit cycles, and data,. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 42: 245–92 (with discussion).
- Weil, P., (1989). The Equity Premium Puzzle and the Risk-Free Rate Puzzle. *Journal of Monetary Economics*, 24(2): 401-421.
- Xie, Y., Athanasios, A., and Florackis, C. (2014). Disappointment aversion and the equity premium puzzle: new international evidence. *The European Journal of Finance*, 1-15.
- Zadeh, L. A.(1968). Fuzzy algorithms. *Information and Control*, 12, 94-102.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*, 8(3), 338-353.