

## مقایسه‌ی پیش‌بینی نرخ ارز بر اساس مدل‌های غیرخطی STAR و مدل‌های رقیب

حسن خداویسی\* علی وفامند\*\*

تاریخ دریافت: ۹۱/۰۸/۱۶ تاریخ پذیرش: ۹۲/۰۷/۰۶

### چکیده

این مقاله ضمن بررسی و انجام آزمون غیرخطی برای داده‌های ماهیانه‌ی نرخ ارز بازار رسمی ایران، به مدل‌سازی و پیش‌بینی روند سری زمانی نرخ ارز با استفاده از رگرسیون غیرخطی انتقال ملایم<sup>۱</sup> می‌پردازد. هم‌چنین به منظور مقایسه عملکرد پیش‌بینی‌های خارج از نمونه، مدل رگرسیون غیرخطی انتقال ملایم بر اساس بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک و مدل ARIMA برآورد می‌گردد. ارزیابی نتایج این مطالعه تأییدکننده‌ی رفتار غیرخطی نرخ ارز در ایران و عملکرد بهتر مدل‌های غیرخطی نسبت به مدل ARIMA در پیش‌بینی خارج از نمونه نرخ ارز برای افق ۱۲ ماهه بر اساس معیارهای MAE, RMSE و DA می‌باشد.

طبقه‌بندی JEL: C53, F47

واژگان کلیدی: نرخ ارز، مدل‌های غیرخطی، مدل خود رگرسیونی انتقال ملایم، تابع انتقال لجستیک، بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک.

---

h.khodavaisi@urmia.ac.ir

vafamand.ali@gmail.com

1.Smooth Transition Regression

\* استادیار اقتصاد دانشگاه ارومیه (نویسنده‌ی مسئول)، پست الکترونیکی:

\*\* کارشناس ارشد اقتصاد، پست الکترونیکی:

## ۱. مقدمه

نرخ ارز یکی از مهم‌ترین متغیرهای اقتصادی است که تغییرات آن می‌تواند سایر متغیرهای کلان اقتصادی را نیز تحت تأثیر قرار دهد. آگاهی از تغییرات آتی نرخ ارز از یک سو نقش مهمی در کمک به مقامات پولی برای طراحی یک سیاست پولی کارا به منظور تثبیت قیمت‌ها و افزایش سطح اشتغال و از سوی دیگر بر روی بسیاری از تصمیمات بنگاه نظیر سرمایه‌گذاری، داد و ستد تأمینی، قرض دادن و قرض گرفتن تأثیرات فراوانی می‌گذارد.

تحقیقات زیادی در رابطه با بررسی رفتار نرخ ارز در کوتاه مدت و بلند مدت در ایران و جهان صورت گرفته است، اما تحقیقات در زمینه بررسی غیرخطی نرخ ارز محدود بوده و بیشتر تحقیقات انجام گرفته بر بعد تک معادله و استفاده از رگرسیون‌های خطی استوار بوده است. مطالعات اخیر نشان می‌دهد که رفتار نرخ ارز در اقتصاد ایران منطبق بر مدل‌های غیرخطی است. هدف این مقاله بررسی رفتار غیرخطی نرخ ارز بر مبنای نظریه‌های غیرخطی و مدل‌سازی مناسب برای توضیح رفتار نرخ ارز می‌باشد. برای این منظور از متدولوژی رگرسیون غیرخطی انتقال ملایم، با تابع انتقال لجستیک استفاده می‌شود.

مقاله از بخش‌های زیر تشکیل یافته است: بخش دوم به ادبیات موضوع، بخش سوم به معرفی الگو، بخش چهارم تبیین داده‌ها و بخش پنجم به تخمین، تجزیه و تحلیل نتایج حاصل از الگو می‌پردازد. در نهایت نیز در بخش ششم، نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

## ۲. ادبیات موضوع

در حالت کلی دو رویکرد نسبت به پیش‌بینی نرخ ارز وجود دارد. اول رویکرد بنیادی است که پیش‌بینی نرخ ارز را بر اساس دیگر متغیرهای اقتصادی انجام می‌دهد و دوم رویکرد تک متغیره است که فقط از رفتار گذشته نرخ ارز برای پیش‌بینی روند آتی آن استفاده می‌کند و به نام رویکرد تکنیکال شهرت یافته است. مدل برابری قدرت خرید، مدل جریان، مدل‌های پولی، رویکرد موازنه‌ی سبد دارایی و رویکرد ریز ساختار بازار<sup>۱</sup> از جمله مدل‌های بنیادی در تعیین نرخ ارز دسته‌بندی می‌شوند. در برابر مدل‌های بنیادی تحلیل نرخ ارز، مدل‌های تکنیکال قرار

دارند. این مدل‌ها بر خلاف مدل‌های بنیادی در جهت یافتن روابط علی بین نرخ ارز و سایر متغیرهای کلان تلاشی نمی‌کنند. تحلیل تکنیکال بر این فرض استوار است که نرخ ارز یک متغیر تصادفی نیست، بلکه از الگوهای تکرارشونده و قابل تشخیص پیروی می‌کند (درگاهی و انصاری، ۱۳۸۷).

هم‌چنین، پیش‌بینی روند متغیرهای اقتصادی از جمله نرخ ارز از اهمیت ویژه‌ای برای سیاست‌گذاران در تنظیم روابط اقتصادی برخوردار است، به طوری که نیاز به ابزار و شیوه‌های پیش‌بینی متغیرها با کمترین خطا احساس می‌شود. با وجود این، برخی معتقدند سیر تکاملی هر نوع نرخ ارزی از فرضیه بازار کارا<sup>۱</sup> (EMH) تبعیت می‌کند. بر اساس این فرضیه، بهترین روش برای پیش‌بینی نرخ ارز روز آتی، اتکا به نرخ کنونی آن بوده و نرخ ارز واقعی از فرآیند گام تصادفی پیروی می‌کند. از اولین کارهای صورت گرفته در این زمینه، می‌توان به کار میس و روگف<sup>۲</sup> (۱۹۸۳) اشاره کرد. آنها در مطالعه خود با استفاده از مدل‌های ساختاری و بر اساس نظریه‌های قیمت‌گذاری دارایی نشان دادند که هیچ نوع مدل تک معادله‌ای، برای پیش‌بینی نرخ ارز، بهتر از مدل گام تصادفی نمی‌باشد. از سوی دیگر مدل‌های دیگری هم‌چون ARIMA، GARCH و VAR نیز وجود دارند که جهت پیش‌بینی متغیرهای اقتصادی به کار گرفته می‌شوند. اما با توجه به وجود ضعف‌هایی از جمله عدم کاربرد مدل‌های فوق زمانی که سری مورد بررسی ناماناست و عدم پوشش جهش‌های موجود در روند سری‌های زمانی، اتکا به نتایج حاصل از پیش‌بینی‌های مدل‌های یاد شده چندان مفید نخواهد بود. بنابراین روش‌های جدیدتری جهت رفع مشکلات فوق ارایه شده‌اند. مدل‌های غیرخطی از جمله این روش‌ها می‌باشند.

## ۱.۲. مطالعات تجربی

تراسویرتا<sup>۳</sup>، ون دیک<sup>۴</sup> و مدیروس<sup>۵</sup> (۲۰۰۳)، دقت پیش‌بینی مدل‌های مختلف سری زمانی (ANN, STAR و مدل خطی AR) را برای ۴۷ متغیر اقتصاد کلان به صورت ماهانه برای

---

1. Efficient Market Hypothesis (EMH)  
 2. Messe and Rogoff  
 3. Teräsvirta  
 4. Van Dijk  
 5. Medeiros

کشورهای G-۷ مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان می‌دهد که مدل غیرخطی STAR دارای عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های ANN و مدل خطی AR می‌باشد.

اسمال وود<sup>۱</sup> (۲۰۰۸) به برآورد انحراف نرخ واقعی ارز در کشورهای G-۷ برای دوره‌ی ۱۹۷۳-۲۰۰۴ با استفاده از مدل خودرگرسیون انتقال ملایم پرداخت. نتایج حاکی از ارتباط غیرخطی انحراف نرخ ارز از مقدار تعادلی خود بوده و تعدیل به سمت مقدار تعادلی به صورت نمایی صورت می‌گیرد.

لین، لیانگ و یه<sup>۲</sup> (۲۰۱۰) با مطالعه رفتار انحرافی نرخ ارز بر اساس نظریه برابری نرخ ارز (ERP)<sup>۳</sup> در کشورهای ژاپن، کره جنوبی، تایوان و سنگاپور با استفاده از مدل‌های STAR، نشان دادند که رفتار نرخ ارز در هر چهار کشور فوق غیرخطی بوده و مدل خود رگرسیونی انتقال ملایم عملکرد بهتری در پیش‌بینی خارج از نمونه نسبت به مدل خطی دارا می‌باشد.

عباسی نژاد و محمدی (۱۳۸۶) به پیش‌بینی نرخ ارز با استفاده از شبکه‌های عصبی و تبدیل موجک پرداختند. آن‌ها با استفاده از تکنیک موجک و تجزیه نرخ ارز به مؤلفه‌های مقیاسی نشان دادند که عملکرد روش پیشنهادی در مقایسه با مدل ARIMA و مدل شبکه عصبی مصنوعی بهتر می‌باشد.

درگاهی و انصاری (۱۳۸۶) به مدل‌سازی شبکه‌های عصبی در پیش‌بینی نرخ ارز دلار و پوند در برابر یورو پرداختند و بر نقش شاخص‌های تلاطم در بهبود روش شبکه‌های عصبی برای پیش‌بینی تأکید کردند. نتایج نشان می‌دهد که مدل‌های سطوح بالای تلاطم، در مقایسه با مدل مبنا، قدرت پیش‌بینی نرخ ارزی را بهبود می‌دهند، اما در پیش‌بینی مدل‌های سطوح میانی و پایین تلاطم، بهبودی مشاهده نمی‌شود.

مهر آرا و سرخوش (۱۳۸۹) در مقاله‌ی خود ضمن آزمون عدم تقارن نوسانات نرخ ارز (بر حسب تکانه‌های مثبت و منفی) بر تولید حقیقی، با استفاده از الگوی رگرسیونی سری زمانی غیرخطی (STR) به تبیین عوامل تعیین‌کننده‌ی رشد تولید حقیقی در اقتصاد ایران طی دوره‌ی ۱۳۳۸-۱۳۸۶ پرداختند. نتایج به دست آمده دلالت بر آن دارد که تکانه‌های منفی اثرات به

- 
1. Smallwood
  2. Lin, Liang and Yeh
  3. Exchange Rate Parity (ERP)

مراتب بیش‌تری بر کاهش رشد اقتصادی نسبت به تکانه‌های مثبت دارد. هم‌چنین با استفاده از مدل‌های غیرخطی STR نشان دادند که رشد تولید حقیقی در اقتصاد ایران نسبت به سطوح متفاوت رشد مخارج دولتی رفتاری نامتقارن نشان می‌دهد.

### ۳. مدل‌های پیش‌بینی سری زمانی

#### ۱.۳. الگوی رگرسیون غیرخطی انتقال ملایم (STR)

مدل رگرسیون انتقال ملایم یک مدل رگرسیونی سری زمانی غیرخطی است که می‌توان آن را به عنوان یک شکل توسعه یافته از مدل رگرسیونی تغییر وضعیت که توسط باکون و واتس<sup>۱</sup> (۱۹۷۱) معرفی شد، تلقی کرد. این محققان دو خط رگرسیونی را در نظر گرفتند و به طراحی مدلی پرداختند که در آن گذار از یک خط به خط دیگر به صورت ملایم اتفاق می‌افتد. در ادبیات سری زمانی، گرنجر - تراسویرتا<sup>۲</sup> (۱۹۹۳) برای نخستین بار به تشریح و پیشنهاد مدل انتقال ملایم در مطالعات خود پرداختند که شکل استاندارد مدل به صورت زیر می‌باشد:

$$y_t = \alpha + \varphi' z_t + \theta' z_t G(\gamma, C, s_t) + u_t = \alpha + \{\varphi + \theta z_t G(\gamma, C, s_t)\} z_t + U_t \quad (1)$$

تابع انتقال لجستیک عمومی به شکل زیر معرفی می‌شود:

$$G(\gamma, C, s_t) = (1 - \exp\{-\gamma \prod_{k=1}^K (s_t - c_k)\})^{-1}, \quad \gamma > 0 \quad (2)$$

حال می‌توان با جاگذاری تابع انتقال (معادله ۲) در مدل STR، معادله (۱) را به صورت زیر

تصریح کرد:

$$y_t = (\alpha_0 + \varphi' z_t) + (\alpha_1 + \theta' z_t) (1 - \exp\{-\gamma \prod_{k=1}^K (s_t - c_k)\})^{-1} + u_t \quad (3)$$

در آن  $y_t$ ، متغیر وابسته، عرض از مبدا و  $z_t$  بردار متغیرهای توضیحی است که ضرایب متغیرهای توضیحی، دیگر کمیت ثابتی نبوده و تابعی از متغیرهای  $s_t$  است  $G(\gamma, c, s_t)$  تابع انتقال،  $c$  پارامتر آستانه‌ای و  $\gamma > 0$  پارامتر انتقال یا شیب و  $s_t$  متغیرگذار (انتقال) نامیده

---

1. Bacon and Watts  
2. Granger and Terasvirta

می‌شوند که در این مطالعه  $Z_t$  دارای یک متغیر نرخ ارز می‌باشد که  $s_t$  می‌تواند خود متغیر نرخ ارز یا وقفه‌ی مربوط به آن و یا متغیری خارج از الگو باشد.

تصریح فوق بیانگر این است که الگو می‌تواند به صورت یک تابع خطی با ضرایبی که به طور تصادفی در طی زمان تغییر می‌کنند، نیز تقسیم شود (مهرآرا، ۱۳۸۹).

عمومی‌ترین گزینه برای  $k = 1, 2$  می‌باشد که برای حالت  $k = 1$ ، ضرایب  $\theta G(\gamma, c, s_t) + \theta$  به عنوان تابعی از  $s_t$  به صورت یکنواخت از  $\theta$  به  $\theta + \theta$  تغییر می‌کند (هنگامی که  $s_t$  از  $-\infty$  به  $+\infty$  حرکت می‌کند). اما برای حالت  $k = 2$ ، ضرایب به صورت متقارن حول نقطه میانی  $c$  از  $\left(\frac{c_1 + c_2}{2}\right)$  از  $\theta$  به  $\theta + \theta$  تغییر می‌کنند (هنگامی که  $s_t$  از  $c$  به سمت  $\pm$  حرکت می‌کند) یعنی جایی که تابع انتقال کمترین مقدار را به خود می‌گیرد. مدل LSTR برای حالت  $k = 1$  (مدل LSTR<sub>1</sub>) دارای قابلیت مدل‌سازی رفتار متقارن متغیرهاست. به عنوان مثال الگوی LSTR<sub>1</sub>، برای توصیف فرآیندهایی که در دوره‌های رونق، رفتاری متفاوت از دوره‌های رکودی دارند و انتقال از یک رژیم به رژیم دیگر به صورت ملایم صورت می‌گیرد، مدلی مناسب است. از سوی دیگر، مدل LSTR<sub>2</sub> ( $k = 2$ ) برای شرایطی مناسب است که ضرایب یا فرآیند تعدیل پویا در کم‌ترین و بیش‌ترین مقدار  $s_t$ ، رفتاری مشابه داشته و فقط در مقادیر میانی رفتاری متفاوت از خود نشان دهند.

وقتی پارامتر شیب  $\gamma = 0$  باشد، تابع انتقال  $G(\gamma, c, s_t) = \frac{1}{2}$  خواهد بود و مدل STR تبدیل به یک مدل خطی خواهد شد. اگر  $\gamma \rightarrow \infty$ ، مدل LSTR<sub>1</sub> به مدل رگرسیونی تغییر وضعیت با دو رژیم تبدیل می‌شود و در این حالت مدل LSTR<sub>2</sub>، به مدل رگرسیونی تغییر وضعیت با سه رژیم تبدیل می‌شود که رژیم‌های اول و سوم حالت یکسانی داشته و رژیم دوم متفاوت از دو رژیم دیگر خواهد بود. هم‌چنین شکل تغییر یافته مدل LSTR<sub>2</sub>، مدل رگرسیونی غیرخطی انتقال ملایم با تابع نمایی<sup>۱</sup> (ESTR) می‌باشد انتقال این مدل به صورت زیر می‌باشد.

$$G_E(\gamma, c, s_t) = 1 - \exp\{-\gamma(s_t - c_1^*)^2\}, \gamma > 0 \quad (4)$$

لازم به توضیح است که مدل ESTR نیز همانند مدل LSTR<sub>۱</sub> مدلی با یک حد آستانه‌ای و دو رژیم می‌باشد و برای الگوهایی با تعداد دو رژیم بیشتر کاربرد دارد.

قبل از تصریح و برآورد یک الگوی غیر خطی به صورت STR ابتدا بایستی غیرخطی بودن آن را مورد آزمون قرار دهیم. در صورتی که فرض صفر مبنی بر خطی بودن الگو رد شود باید از بین مدل‌های غیر خطی بالقوه، به انتخاب نوع مدل غیر خطی (LSTR<sub>۱</sub> یا LSTR<sub>۲</sub>) پرداخته و پارامترهای آن را تخمین زد. برای آزمون فرضیه خطی بودن، بایستی محدودیت  $\beta = 0$  را در الگوی غیر خطی (۳) آزمون کرد. اما تحت فرضیه  $\beta = 0$ ، ضرایب الگو، قابل شناسایی نیستند. به همین دلیل برای آزمون یاد شده تقریب تابع انتقال (۲) را بر اساس بسط تیلور به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y_t = c + \beta'_0 z_t + \sum_{j=1}^3 \beta'_0 z_t s_t^j + u_t^* \quad , \quad t = 1, \dots, T \quad (5)$$

الگوی خطی بر اساس فرضیه صفر  $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$  مبتنی بر آماره ضریب لاگرانژ یا نسبت F آزمون می‌شود.

در صورت رد فرضیه  $H_0$  گام بعدی برای تخمین مدل غیرخطی، انتخاب نوع مدل غیرخطی است. در مدل‌های STR هیچ نظریه‌ی اقتصادی روشنی در زمینه انتخاب نوع مدل وجود ندارد، بنابراین انتخاب نوع مدل باید بر اساس داده‌ها و آزمون‌های آماری باشد. مطابق گرنجر و تراسورتا (۱۹۹۳) و تراسورتا (۱۹۹۴)، فرضیه‌های زیر را که مبتنی بر معادله (۵) می‌باشد، مورد آزمون قرار می‌گیرد:

$$H_{01}: \beta_{3j} = 0, \quad j = 1, \dots, p, \quad (6)$$

$$H_{02}: \beta_{2j} = 0 | \beta_{3j} = 0, \quad j = 1, \dots, p, \quad (7)$$

$$H_{03}: \beta_{1j} = 0 | \beta_{2j} = \beta_{3j} = 0, \quad j = 1, \dots, p, \quad (8)$$

با رد فرضیه  $H_{01}$  و یا پذیرش  $H_{01}$  و  $H_{02}$  و رد  $H_{03}$  مدل انتخابی LSTR<sub>۱</sub> خواهد بود و اگر فرضیه  $H_{01}$  پذیرفته شود و فرضیه  $H_{02}$  رد شود مدل LSTR<sub>۲</sub> انتخاب خواهد شد.

هم‌چنین قاعده‌ی دیگری نیز وجود دارد که تصمیم‌گیری بر اساس مقدار P-VALUE خواهد بود. اگر فرضیه  $H_{02}$  به قوی‌ترین شکل رد شود، مدل LSTR<sub>۲</sub> است در غیر این

صورت مدل LSTR<sub>۱</sub> انتخاب می‌شود. در نهایت نیز پس از انتخاب فرم مدل غیرخطی به تخمین مدل و ارزیابی آن می‌پردازیم. پس از تخمین مدل STR انتخابی از آزمون باقیمانده غیرخطی<sup>۱</sup> استفاده می‌شود تا بررسی شود که مدل برآورد شده دارای ویژگی‌های رضایت بخشی از غیر خطی بودن می‌باشد یا خیر. برای انجام این آزمون خواهیم داشت:

$$y_t = \alpha + \varphi' z_t + \theta' z_t G(\gamma_1, c_1, s_{1t}) + \omega z_t H(\gamma_2, c_2, s_{2t}) + u_t \quad (9)$$

که  $H(\gamma_p, c_p, s_{pt})$  تابع انتقال دیگری از نوع تابع انتقال لجستیک،  $u_t \sim iid$  و  $N(0, \sigma^2)$  می‌باشد. برای انجام آزمون، بایستی محدودیت  $= 0$  را در الگوی غیر خطی آزمون کرد. برای انجام آزمون یاد شده تقریب تابع انتقال را بر اساس بسط تیلور به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y_t = c + \beta_0' z_t + \theta' z_t G(\gamma_1, c_1, s_{1t}) + \sum_{j=1}^3 \beta_j' z_t s_{jt}^j + u_t^* \quad (10)$$

که  $u_t^* = u_t + \omega' z_t R_3(\gamma_2, c_2, s_{2t})$  و  $R_3$  باقی مانده‌های تقریب چند جمله‌ای می‌باشد. فرضیه صفر بر اساس تقریب فوق  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$  می‌باشد که مبتنی بر آماره ضریب لاگرانژ یا نسبت F آزمون می‌شود.

۲-۳. الگوی رگرسیون غیرخطی انتقال ملایم (STR) با بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک (LSTR<sub>۱</sub>-GEN) الگوریتم ژنتیک، الهامی از علم ژنتیک و نظریه تکامل داروین است و بر اساس بقای برترین‌ها یا انتخاب طبیعی استوار است. اگرچه کارهایی توسط یک زیست‌شناس به نام فریزر<sup>۲</sup> در زمینه مدل‌سازی تکامل در سیستم‌های بیولوژیک در دهه ۶۰ میلادی صورت گرفت ولی الگوریتم ژنتیک برای کاربردهای مهندسی و به صورت امروزی آن نخستین بار توسط جان هلند<sup>۳</sup> متخصص علوم کامپیوتر دانشگاه میشیگان در سال ۱۹۷۵ پیشنهاد گردید. پس از آن کارهای دی جانگ<sup>۴</sup> در سال ۱۹۷۵ در زمینه بررسی و مقایسه چندین روش الگوریتم ژنتیک پایه‌های نظری بحث را فراهم آورد. این الگوریتم با الهام از طبیعت بر پایه اصل تکاملی «پایداری بهترین‌ها»<sup>۵</sup> استوار است. در الگوریتم ژنتیک هر فرد از جمعیت به صورت یک

1. Testing No Additive Nonlinearity

2. Fraser

3. John Holland

4. Dejong

5. Survival of The Fittest



کروموزوم معرفی می‌شود. کروموزوم‌ها در طول چندین نسل کامل‌تر می‌شوند. در هر نسل کروموزوم‌ها ارزیابی می‌شوند و متناسب با ارزش خود امکان بقا و تکثیر می‌یابند. تولید نسل در بحث الگوریتم ژنتیک با عملگرهای همبری و جهش<sup>۱</sup> صورت می‌گیرد. والدین برتر بر اساس یک تابع برازندگی انتخاب می‌شوند. به طور کلی، الگوریتم‌های ژنتیکی از اجزاء زیر تشکیل می‌شوند:

### کروموزوم

در الگوریتم‌های ژنتیکی، هر کروموزوم نشان دهنده‌ی یک نقطه در فضای جستجو و یک راه‌حل ممکن برای مساله‌ی موردنظر است. خود کروموزوم‌ها (راه‌حل‌ها) از تعداد ثابتی ژن (متغیر) تشکیل می‌شوند. برای نمایش کروموزوم‌ها، معمولاً از کدگذاری‌های دودویی (رشته‌های بیتی) استفاده می‌شود.

### جمعیت<sup>۲</sup>

مجموعه‌ای از کروموزوم‌ها یک جمعیت را تشکیل می‌دهند. با تأثیر عملگرهای ژنتیکی بر روی هر جمعیت، جمعیت جدیدی با همان تعداد کروموزوم تشکیل می‌شود.

### تابع برازندگی<sup>۳</sup>

به منظور حل هر مساله با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیکی، ابتدا باید یک تابع برازندگی برای آن مساله ابداع شود. برای هر کروموزوم، این تابع عددی غیر منفی را برمی‌گرداند که نشان دهنده‌ی شایستگی یا توانایی فردی آن کروموزوم است.

### عملگرهای ژنتیکی

در الگوریتم‌های ژنتیکی، در طی مرحله‌ی تولید مثل<sup>۴</sup> از عملگرهای ژنتیکی استفاده می‌شود. تأثیر این عملگرها بر روی یک جمعیت، نسل<sup>۵</sup> بعدی آن جمعیت تولید می‌شود. عملگرهای انتخاب<sup>۶</sup>، آمیزش و جهش معمولاً بیش‌ترین کاربرد را در الگوریتم‌های ژنتیکی دارند.

- 
1. Cross Over and Mutation
  2. Population
  3. Fitness Function
  4. Reproduction
  4. Generation
  6. Selection

### عملگر انتخاب

این عملگر از بین کروموزوم‌های موجود در یک جمعیت، تعدادی کروموزوم را برای تولید مثل انتخاب می‌کند. کروموزوم‌های برازنده‌تر شانس بیش‌تری دارند تا برای تولید مثل انتخاب شوند. بسیاری از روش‌های انتخاب از جمله چرخ رولت<sup>۱</sup> بر اساس این ایده عمل می‌کنند.

### عملگر آمیزش (تقاطع)

عملگر آمیزش بر روی یک زوج کروموزوم از نسل مولد عمل کرده و یک زوج کروموزوم جدید تولید می‌کند. عملگرهای آمیزش متعددی از قبیل، آمیزش تک نقطه‌ای و آمیزش دو نقطه‌ای وجود دارد.

معمولاً احتمال آمیزش برای هر زوج کروموزوم بین ۰/۶ تا ۰/۹۵ در نظر گرفته می‌شود که به این عدد نرخ آمیزش یا احتمال آمیزش گفته می‌شود و با PC نمایش داده می‌شود. در صورتی که بر روی یک زوج کروموزوم عمل آمیزش صورت نگیرد، فرزندان با تکرار نمودن والدین تولید می‌شوند.

### عملگر جهش

پس از اتمام عمل آمیزش، عملگر جهش بر روی کروموزوم‌ها اثر داده می‌شود. احتمال انجام عمل جهش بر روی هر کروموزوم را نرخ جهش<sup>۲</sup> یا احتمال جهش می‌گویند و با Pm نمایش می‌دهند. پس از اتمام عمل جهش، کروموزوم‌های تولید شده به عنوان نسل جدید شناخته شده و برای دور بعد اجرای الگوریتم ارسال می‌شوند.

لازم به ذکر است به منظور ارزیابی و بررسی عملکرد مدل‌های مختلف در پیش‌بینی خارج از نمونه، معیارهای MAE و RMSE و DA<sup>۳</sup> به کار گرفته می‌شوند. از معیار<sup>۳</sup> DA به منظور تعیین درستی جهت تغییرات نرخ ارز استفاده می‌شود. این معیارها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (\hat{y}_t - y_t)^2}{n}} \quad (11)$$

- 
1. Roulette-Wheel
  2. Mutation Rate
  3. Directional Accuracy

$$MAE = \sum_{t=1}^h \frac{|\hat{y}_t - y_t|}{h} \quad (12)$$

$$DA = \sum_{t=1}^h \frac{A_t}{h} \quad \text{if } (y_{t+1} - y_t)(\hat{y}_{t+1} - y_t) \geq 0, A_t = 1, \text{ Else } A_t = 0 \quad (13)$$

در رابطه‌های بالا  $h$  طول دوره‌ی پیش‌بینی و هم‌چنین  $y_{(t)}$  مقدار واقعی و  $\hat{y}_{(t)}$  مقدار پیش‌بینی شده متغیر را نشان می‌دهد و بر اساس این دو معیار معرفی شده عملکرد مدل‌های مختلف در پیش‌بینی خارج از نمونه سری زمانی نرخ ارز بررسی می‌شود.

#### ۴. تبیین داده‌ها

داده‌های مورد استفاده در این مطالعه داده‌های ماهانه نرخ ارز بازار رسمی (ریال در مقابل دلار آمریکا) در بازه زمانی ماه اول ۱۹۹۴ تا ماه ششم ۲۰۱۰ می‌باشد که از نرم افزار IFS اخذ شده است. روند زمانی نرخ ارز در دوره‌ی مورد بررسی دارای جهش می‌باشد که عمدتاً به دلیل تغییر نظام ارزی کشور در سال ۲۰۰۲ می‌باشد. با توجه به این که هدف مقاله‌ی حاضر مدل‌سازی رفتار غیرخطی نرخ ارز می‌باشد، انتخاب نمونه مورد استفاده موجه به نظر می‌رسد.

#### ۵. تخمین مدل‌ها و تشریح نتایج

ابتدا نمونه‌ی مورد بررسی به دو بخش آموزش و آزمایش تقسیم می‌شود. از بخش آموزش نمونه‌ها جهت انجام آزمون‌ها و برازش مدل‌های مختلف پیش‌بینی و از بخش آزمایش نمونه به منظور برآورد میزان خطای پیش‌بینی خارج از نمونه مدل‌های مختلف تخمین زده شده استفاده می‌شود. برای سری زمانی نرخ ارز از ماه اول ۱۹۹۴ تا ماه ششم ۲۰۰۹ بخش آموزش و از ماه هفتم ۲۰۰۹ تا ماه ششم ۲۰۱۰ بخش آزمایش نمونه تعیین می‌گردد.

جهت برآورد مدل ARIMA از متدولوژی باکس-جنکینز استفاده می‌شود. بر اساس معیار آکائیک و هم‌چنین از طریق توابع خود همبستگی و خود همبستگی جزئی مدل بهینه ARIMA برای سری زمانی نرخ ارز انتخاب می‌شود. که برای نرخ ارز مدل بهینه،  $ARIMA(1,1,1)$  می‌باشد.

در ادامه به انجام آزمون غیرخطی بودن، جهت تصریح و برآورد مدل غیرخطی STR می‌پردازیم. بر اساس آزمون فرضیه صفر  $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$  برای معادله (۱) با رد

فرضیه  $H_0$  مشخص می‌گردد که سری زمانی مورد نظر غیرخطی می‌باشد. در نتیجه می‌توان از مدل‌های غیرخطی سری زمانی برای مدل‌سازی نرخ ارز استفاده کرد. مقدار P-value آماره F در سطر دوم جدول (۱) ارایه شده است.

بر اساس آنچه ذکر شد، پس از رد فرض خطی بودن مدل، به آزمون معادله‌های (۶)، (۷)، (۸) می‌پردازیم که مبتنی بر معادله (۵) می‌باشد، با توجه به مقادیر P-value آماره‌های F حاصل از آزمون فوق، با عدم رد فرضیه  $H_{01}$  و مقدار صفر برای P-value آماره F در فرضیه  $H_{02}$ ، مدل LSTR<sub>1</sub> انتخاب می‌گردد. نتایج در ستون‌های سوم، چهارم و پنجم جدول (۱) ارایه شده است.

جدول ۱. مقادیر p-value آزمون خطی مدل به ازای متغیرگذار

فرضیه	$H_0$	$H_{01}$	$H_{02}$	$H_{03}$	نوع مدل غیرخطی
p-value	۰/۰۰۰	۰/۸	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	LSTR <sub>1</sub>

منبع: یافته‌های تحقیق

پس از انتخاب نوع مدل، به تخمین مدل غیرخطی انتخابی، LSTR<sub>1</sub> می‌پردازیم. همان‌طور که در جدول (۲) مشاهده می‌شود تمامی ضرایب تخمینی (به جز  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$ ) هم در بخش خطی و هم در بخش غیرخطی معنادار هستند.

جدول ۲. نتایج تخمین معادله LSTR<sub>1</sub>

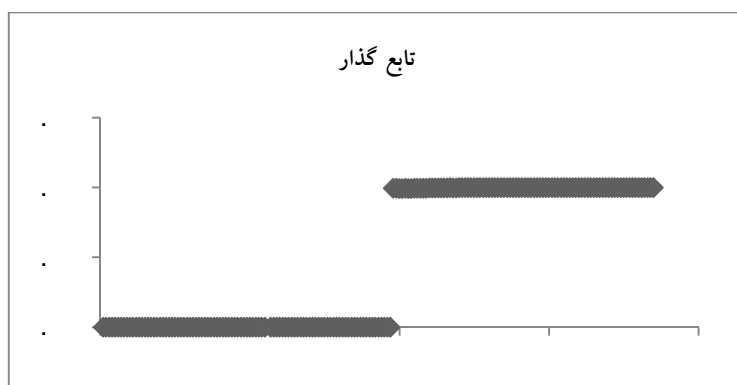
ضرایب	$\frac{\alpha_0}{\alpha_1}$	$\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$	$\frac{\beta_1}{\alpha_1}$	$\frac{\beta_2}{\alpha_1}$	$\frac{\beta_3}{\alpha_1}$	$\frac{\beta_4}{\alpha_1}$
مقادیر	۳۰۷۰/۱۱	-۳/۵۵	۴۰۹/۳	۴/۲	۱/۷۴	۱۷۵۰
p-value	۰/۴	۰/۰۰۰	۰/۹	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰

منبع: یافته‌های تحقیق

نتایج به دست آمده از تخمین مدل با استفاده از الگوی LSTR<sub>1</sub> را می‌توان به این صورت بیان کرد که مقادیری از متغیرگذار که در آن گذار از رژیم اول به رژیم دوم اتفاق می‌افتد، برابر با ۱۷۵۰ می‌باشد. در حقیقت این مقدار، نقطه عطف سرعت تغییر ضرایب در تابع لجستیک

(LSTR<sub>1</sub>) برای نرخ ارز می‌باشد. حدود آستانه‌ای و گذار بین رژیم‌ها در نمودار (۱) نشان شده است. سرعت گذار بین رژیم‌های ارزی، با توجه به پارامتر گذار تخمین زده شده، ۱/۷۴ می‌باشد. در هر یک از رژیم‌های پایینی، نرخ ارز دوره‌ی قبل بر نرخ ارز دوره‌ی جاری به طور قابل ملاحظه‌ای تأثیرگذار بوده و موجب کاهش آن می‌شود. ولی در رژیم بالایی اثر این متغیر به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش یافته است. این بدان معنا است که در صورت اعمال شوک بر نرخ ارز، احتمال آن می‌رود که بانک مرکزی از طریق تغییر سیاست‌های پولی و ارزی در رژیمی که این نرخ به صورت ملایم حرکت می‌کند، دخالت کند. در نمودار (۱) حدود آستانه‌ای مربوط به انتقال رژیم‌ها نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود سری زمانی نرخ ارز در دوره‌ی مورد بررسی دارای دو رژیم می‌باشد و گذار بین رژیم‌ها با جهش نرخ ارز همراه می‌باشد.

نمودار ۱. تابع گذار LSTR<sub>1</sub>



پس از تخمین مدل، آزمون‌های تشخیصی برای بررسی پارامترهای مدل تحقیق و پسماند سری زمانی نرخ ارز انجام می‌گیرد. مقادیر p-value ارایه شده در جدول (۱) بیان می‌کند که بر اساس آزمون ثبات پارامترها فرضیه صفر مبنی بر ثبات پارامترها رد نمی‌شود و پارامترهای مدل تخمینی از جمله  $\gamma$  و  $c$  با ثبات هستند. آزمون ARCH نیز حاکی از عدم ناهمسانی واریانس در پسماندهای سری زمانی نرخ ارز می‌باشد در نتیجه اثر ARCH وجود ندارد. بر

اساس مقدار p-value آزمون جارک- برا نیز مشخص می‌شود که فرضیه صفر نرمال بودن باقیمانده‌ها رد می‌شود که در مدل‌های غیرخطی منطقی می‌باشد.

جدول ۳. نتایج آزمون‌های تشخیصی در مدل LSTR<sub>۱</sub>

آزمون‌های تشخیصی متغیر	آزمون ثبات پارامترها	آزمون اثر ARCH	آزمون LM گادفری	آزمون جارک- برا
نرخ ارز	۰/۰۸	۰/۹	۰/۹	۰/۰۰

منبع: یافته‌های تحقیق

هم‌چنین با توجه به عدم رد فرضیه صفر در آزمون LM گادفری<sup>۱</sup>، آزمون عدم وجود خود همبستگی در مدل‌های STR، معین می‌گردد که پسماندهای سری زمانی، همبستگی ندارند. حال از آزمون باقیمانده غیرخطی<sup>۲</sup> استفاده می‌شود تا بررسی شود که مدل برآورد شده دارای ویژگی‌های رضایت بخشی از غیرخطی بودن می‌باشد یا خیر. مقدار p-value آزمون  $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$  در رابطه ۵، ۰/۹۹ به دست می‌آید. هم‌چنین فرضیه  $H_1: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ ، که بر اساس بسط تیلور از تابع انتقال  $H(\gamma, c, s, \rho)$  مورد آزمون قرار می‌گیرد، مقدار p-value برابر با ۰/۹۵ به دست می‌آید براساس نتایج فوق معین می‌گردد که مساله غیرخطی بودن در مورد متغیرگذار نرخ ارز به طور مناسبی مدل‌سازی شده است.

جدول ۴. مقدار p-value آزمون باقیمانده غیر خطی مدل LSTR<sub>۱</sub>

متغیر گذار	فرضیه
۰/۹۹	$H_0$
۰/۹۵	$H_{03}$

1. Godfrey's LM Test  
2. Testing No Additive Nonlinearity

منبع: یافته‌های تحقیق

پس از تخمین پارامترهای مدل‌های ARIMA و STAR به برآورد مدل STAR بر اساس بهینه‌سازی الگوی الگوریتم ژنتیک پرداخته می‌شود. برای این منظور معادله (۱) بر اساس روش حداقل مربعات خطی و حداقل سازی تابع (۱۴) برآورد می‌گردد.

$$\frac{1}{2} \text{MSE}(y - y^t) = \frac{1}{2} \text{MSE}(e) \quad (14)$$

که  $y^t$  نشان‌دهنده مقادیر واقعی و  $y$  نشان‌دهنده‌ی مقادیر خروجی الگو و MSE میانگین مربعات خطا در بهینه‌سازی الگوی الگوریتم ژنتیک می‌باشد.

حال به انتخاب اندازه‌ی جمعیت مناسب برای مساله مورد بررسی می‌پردازیم. درباره‌ی تعیین اندازه‌ی جمعیت گلدبرگ با توجه به این که عملکرد خوب الگوریتم ژنتیک مستلزم انتخاب احتمال بالای تقاطع، احتمال پایین جهش (به طور معکوس نسبت به اندازه جمعیت)، و اندازه‌ی جمعیت متوسط است، در اولین اجرای الگوریتم ژنتیک در فصل اجرای کامپیوتری الگوریتم ژنتیک کتابش از اندازه جمعیت ۳۰، نرخ تقاطع ۰/۶ و نرخ جهش ۰/۳۳۳ استفاده کرد (مهدوی، ۱۳۸۶). در این مقاله نیز اندازه‌ی جمعیت اولیه ۳۰ در نظر گرفته شده است. مرحله بعدی تعریف یک تابع برازندگی یا تابع هدف است که هر کروموزوم در برابر آن از لحاظ تناسب با محیط مورد نظر آزمون می‌شود. تابع برازندگی در این تحقیق عبارت است از:

$$\text{fitness} = \frac{n \cdot \frac{1}{2} \text{MSE}(e)}{\sum_{i=1}^n \text{MSE}(e)} \quad (15)$$

چهارمین پارامتر الگوریتم ژنتیک عبارت از انتخاب است. در رویه‌ی انتخاب، دو کروموزوم والد بر مبنای مقادیر برازندگی‌شان انتخاب می‌شوند، به طوری که هر چه مقدار برازندگی بالاتر باشد، احتمال انتخاب آن کروموزوم نیز بیشتر خواهد بود. در این مقاله، استراتژی انتخاب تناسبی یا چرخ رولت که مشهورترین استراتژی انتخاب تصادفی است مورد استفاده قرار می‌گیرد. پس از انتخاب دو کروموزوم والد از عملگرهای تقاطع و جهش به منظور ایجاد دو فرزند (که بهترین خصوصیات والدینشان را به ارث می‌برند) برای جمعیت جدید به شرح زیر استفاده می‌شود:

وقتی یک جفت از کروموزوم‌ها انتخاب شوند می‌توان از عملگر تقاطع برای ایجاد فرزند استفاده کرد. اگر احتمال برابر ۱ باشد به این اشاره دارد که همی کروموزوم‌های منتخب در تکثیر باید استفاده شوند (مهدوی، ۱۳۸۶). مجموعه‌ای از نرخ تقاطع‌ها و نرخ جهش‌ها استفاده شد و نرخ تقاطع ۰/۲ و نرخ جهش ۰/۰۱ به عنوان بهترین نرخ تقاطع و نرخ جهش در این مدل انتخاب شد؛ زیرا مقدار برازندگی حاصل از این نرخ‌ها بیشتر از مقدار برازندگی حاصل از سایر نرخ‌های مورد استفاده است.

جدول ۵. نتایج تخمین معادله LSTR<sub>1</sub> با بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک

ضرایب	$\frac{\sigma^2}{\sigma_0^2}$	$\frac{\alpha}{\alpha_0}$	$\frac{\beta}{\beta_0}$	$\frac{\gamma}{\gamma_0}$
مقادیر	۹۶/۹۱	-۰/۹۸	-۴۱/۰۰۸	۰/۰۱۴
t-student	۰/۶۶	۱۲/۹	-۲/۱۳	۱/۹۹

منبع: یافته‌های تحقیق

همان طور که در جدول (۵) مشاهده می‌شود همی ضرایب تخمینی معادله به جز  $\alpha$  معنادار می‌باشند. ضریب در سطح ۱ درصد و ضرایب  $\beta$  و  $\gamma$  در سطح ۵ درصد پذیرفته می‌شوند. هم‌چنین مقادیر مربوط به سرعت گذار و حد آستانه به ترتیب برابر با ۳/۰۱ و ۱/۷۶ به دست می‌آید. لازم به توضیح است در این مقاله برای به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک از نرم افزار MATLAB استفاده شده است. بر اساس آزمون‌های تشخیصی که در جدول (۶) ارائه شده است، آزمون ARCH حاکی از عدم وجود ناهمسانی واریانس در پسماندهای سری زمانی نرخ ارز می‌باشد. هم‌چنین با توجه به عدم رد فرضیه‌ی صفر در آزمون لیانگ-باکس، معین می‌گردد که پسماندهای سری زمانی، همبستگی ندارند.

جدول ۶. نتایج آزمون‌های تشخیصی در مدل LSTR<sub>1</sub>-GEN

آزمون‌های تشخیصی	آزمون اثر ARCH	آزمون لیانگ-باکس
متغیر	۰/۹	۰/۹
نرخ ارز		



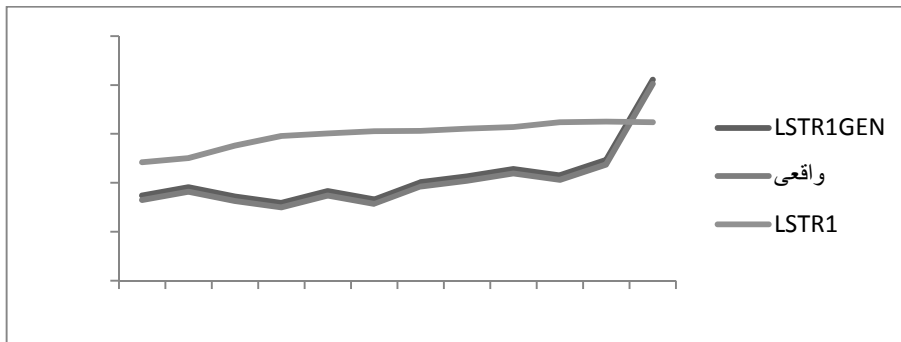
منبع: یافته‌های تحقیق

### ۱.۵. ارزیابی مدل‌ها

در این بخش بر اساس مدل‌های ARIMA و LSTR<sub>1</sub>-GEN و LSTR<sub>1</sub> به پیش‌بینی خارج از نمونه با افق ۱۲ ماهه برای بخش آزمایش نمونه پرداخته می‌شود. در نمودار (۲) پیش‌بینی‌های خارج از نمونه مدل‌های غیرخطی مورد بررسی نشان داده شده است.

نمودار ۲. مقایسه سری زمانی داده‌های واقعی و داده‌های پیش‌بینی شده خارج نمونه بر اساس مدل

LSTR<sub>1</sub> و مدل LSTR<sub>1</sub>-GEN



منبع: یافته‌های تحقیق

از نمودار (۲) نتیجه می‌شود که مدل LSTR<sub>1</sub>-GEN دارای برازش بهتری در پیش‌بینی خارج از نمونه نسبت به مدل LSTR<sub>1</sub> است. حال بر اساس مقادیر پیش‌بینی، خطای پیش‌بینی مدل‌های مختلف بر اساس معیارهای RMSE و MAE و DA گزارش می‌شود.

در جدول (۷) بر اساس نتایج، مشاهده می‌شود که مدل LSTR<sub>1</sub>-GEN دارای خطای کمتری در پیش‌بینی خارج از نمونه سری مورد بررسی بر اساس معیارهای RMSE و MAE فوق می‌باشد؛ و بر اساس معیار DA مدل LSTR<sub>1</sub>-GEN، جهت تغییرات نرخ ارز را به درستی پیش‌بینی کرده است و سایر مدل‌ها در پیش‌بینی جهت تغییرات نرخ ارز دارای خطا بوده‌اند.

در نتیجه مدل LSTR<sub>1</sub>-GEN عملکرد بهتری در پیش‌بینی خارج از نمونه نسبت به مدل LSTR<sub>1</sub> و ARIMA دارد. به طور کلی مشخص می‌شود که مدل‌های غیرخطی عملکرد بهتری در پیش‌بینی خارج از نمونه نسبت به مدل خطی دارند.

جدول ۷. مقایسه مدل‌های رقیب بر اساس معیارهای RMSE و MAE و DA

DA	MAE	RMSE	E
۱	۰/۶	۰/۹۸	مدل LSTR <sub>1</sub> -GEN
۰/۷۵	۱/۹۹	۲/۰۶	مدل LSTR <sub>1</sub>
۰/۶۶	۸۹/۳۱	۸۹/۳۴	مدل ARIMA

منبع: یافته‌های تحقیق

## ۶. نتایج

بررسی رفتار نرخ ارز و پیش‌بینی آن، موضوع بسیاری از تحقیقات در چند دهه‌ی گذشته بوده است. در این مقاله با توجه به این که نرخ ارز دارای ساختاری غیرخطی است از الگوی رگرسیون انتقال ملایم جهت تخمین مدل غیرخطی استفاده می‌شود. سپس پیش‌بینی‌های خارج از نمونه برای افق ۱۲ ماهه نرخ ارز، انجام می‌گیرد. هم‌چنین جهت مقایسه و ارزیابی، مدل خطی ARIMA و مدل غیر خطی الگوی رگرسیون انتقال ملایم با بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک نیز برآورد می‌شود. بر اساس دو معیار RMSE و MAE در پیش‌بینی‌های خارج از نمونه معین می‌گردد که مدل LSTR<sub>1</sub>-GEN دارای عملکرد بهتری در مقایسه با مدل LSTR<sub>1</sub> و ARIMA می‌باشد و بر اساس معیار DA معین می‌گردد که مدل LSTR<sub>1</sub>-GEN، جهت تغییرات نرخ ارز را به درستی پیش‌بینی کرده است و الگوی غیر خطی الگوریتم ژنتیک مدلی مناسب‌تر برای تبیین رفتار نرخ ارز در ایران می‌باشد. بنابراین، می‌توان در جهت تعیین یک مسیر زمانی بهینه برای نرخ ارز در ایران و با گزینش برنامه مناسب ارزی، پیش‌بینی مطلوبی را به وسیله مدل‌های غیرخطی انجام داد.

## منابع

- درگاهی، حسن، انصاری، رضا (۱۳۸۶). بهبود مدل‌سازی شبکه‌های عصبی در پیش‌بینی نرخ ارز، با به‌کارگیری شاخص‌های تلاطم. *مجله تحقیقات اقتصادی*، ۴۸(۸۵): ۱۱۷-۱۴۳.
- عباسی‌نژاد، حسین، محمدی، احمد (۱۳۸۶). پیش‌بینی نرخ ارز با استفاده از شبکه‌های عصبی و تبدیل موجک. *فصلنامه نامه مفید*، ۱۳(۶۰): ۱۹-۴۲.
- مهدوی، عبدالمحمد (۱۳۸۶). طراحی مدل ارزیابی کیفیت خدمات سیستم‌های اطلاعاتی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک. *ویژه نامه مدیریت*، ۱۱(۵۵): ۲۳۵-۲۶۳.
- مهر آرا، محسن، سرخوش، اکبر (۱۳۸۹). آثار غیرخطی متغیرهای کلان اقتصادی بر رشد اقتصادی با تأکید بر نرخ ارز (مورد ایران). *مجله تحقیقات اقتصادی*، ۴۵(۹۳): ۲۰۱-۲۲۸.
- Boero, G. M. (2002). The performance of non-linear exchange rate models: A forecast comparison. *Journal of Forecasting*, 21(3): 513-542.
- Lin, J.B., & Liang, C.C., & Yeh, M.M. (2010). Examining nonlinear dynamics of exchange rates and forecasting performance based on the exchange rate parity of four Asian economies. *Japan and the World Economy*, 23(2): 79-85.
- Luukkonen, R., & Terasvirta, T. (1991). Testing linearity of economic time series against cyclical asymmetry. *Annales d'economie ET de statistique*, 20(21): 125-142.
- Meese, R., & Rogoff, k. (1983). Empirical exchange rate models of the seventies: Do they fit out of sample? *Journal of international Economics*, 14(1): 3-24.
- Smallwood, A.D. (2008). Measuring the persistence of deviations from purchasing power parity with a fractionally integrated STAR model. *Journal of International Money and Finance*, 27(7): 1161-1176.
- Terasvirta, T. (1994). Specification, estimation, and evaluation of smooth transition autoregressive models. *Journal of the American Statistical Association*, 89(425): 208-218.



