فصلنامه مدلسازی اقتصادی (سال یازدهم، شماره ٤ «پیاپی ٤٠» زمستان ١٣٩٦، صفحه‌های ١٣٦- ١١٥)

طراحی مدل تخصیص بهینه منابع در سیستم بانکداری ایران[۱]

علی‌اصغر موحد*، اصغر ابوالحسنی، محمد حسین پورکاظمی+، یگانه موسوی جهرمی×**

تاریخ دریافت: ٩٦/٠٤/٢٨ تاریخ پذیرش: ٩٦/٠٩/١١

چکیده

هدف این مقاله، مدل‌سازی تخصیص منابع مبتنی بر الگوی بهینه‌یابی پویای تصادفی در نظام بانکی ایران می‌باشد. به همین منظور با استفاده از داده‌های سطح بانکی با روش شبیه‌سازی اولر- مارویاما اقدام به شبیه‌سازی مدل تخصیص منابع کرده و مسیر زمانی بهینه تخصیص منابع طی دوره ٢٤ ماهه به صورت عددی به دست آمد. نتایج نشان داد متغیرهای مهمی مانند نرخ سود انتظاری، ریسک سود و نوسان هر یک از انواع تسهیلات، تاثیر زیادی در سهم آن‌ها دارد. همچنین یافته‌ها نشان داد هر چقدر میزان سود انتظاری تسهیلات خاص افزایش و میزان ریسک و نوسان آن کاهش یابد، سهم بیشتری از بین انواع مختلف تسهیلات را به خود اختصاص می‌دهد. بر اساس نتایج، ورود تخصصی بانک‌ها به تسهیلات مشارکتی و افزایش سهم این نوع تسهیلات به منظور افزایش سودآوری پیشنهاد می‌شود.

طبقه‌بندی JEL: G21, G31, D82, L14.

واژگان کلیدی: بانکداری اسلامی، تخصیص منابع، عقود مشارکتی، بهینه‌یابی پویا.

---

[۱] این مقاله مستخرج از رساله دکتری علی اصغر موحد به راهنمایی دکتر اصغر ابوالحسنی در دانشگاه پیام نور می‌باشد.

* دانشجوی دکتری دانشگاه پیام نور (نویسنده مسئول)، تهران، ایران، پست الکترونیکی: a_movahed@pnu.ac.ir

** دانشیار اقتصاد دانشگاه پیام نور، تهران، ایران، پست الکترونیکی: abolhasani2000@yahoo.com

+ دانشیار ریاضیات دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران، پست الکترونیکی: h_pourkazemi@yahoo.com.au

× استاد اقتصاد دانشگاه پیام نور، تهران، ایران، پست الکترونیکی: y_musavi@yahoo.com

۱. مقدمه

ادبیات گسترده بررسی چالش‌ها و مشکل‌های اجرایی بانکداری اسلامی، نشان از باور محققان به عدم کامیابی کامل بانکداری اسلامی در مقام اجرا دارد. در ایران هم پس از تحول اساسی در سیستم بانکی و اجرای نظام بانکداری بدون ربا در سال ١٣٦٣، تعداد فراوانی از محققان بر این باورند که پس از گذشت بیش از ٣٣ سال، اجرای بانکداری اسلامی به شکل کامل کامیاب نبوده و با چالش‌ها و مشکلاتی همراه است؛ اما همین محققان درباره اینکه این چالش‌ها بیشتر مربوط به کدام قسمت از فرایند عملیات بانکی می‌شود و چگونه می‌توان آن‌ها را برطرف کرد، اختلاف‌نظر دارند. نکته قابل توجه درباره تحقیق‌های صورت‌گرفته در این باره این است که در اکثر قریب به اتفاق موارد، این ارزیابی عملکرد به صورت توصیفی انجام شده و تاکنون هیچ مدل‌سازی ریاضی کاملی در این‌باره صورت نگرفته است (محمودیان، ابوالحسنی هستیانی، پورکاظمی، ندری، ١٣٩٦: ١٦٠).

بخش خروجی بانک یعنی تخصیص منابع بانکی به اشخاص و نهادهای متقاضی تسهیلات، به دلیل وجود تعدد عقود، خطر اخلاقی، وجود انواع مختلف ریسک و تخصصی شدن فعالیت بانک، همواره از اهمیت مضاعفی برخوردار بوده و دیدگاه‌ها و نظرات بعضا متناقضی در این زمینه وجود داشته است. به دلیل اهمیت این بخش و اثرگذاری مستقیم آن برسودآوری و رقابت‌پذیری بانک، همواره نیاز به مدل‌سازی و بررسی دقیق در این بخش از فعالیت بانک وجود دارد.

نوآوری مقاله نسبت به مطالعات پیشین، تمرکز بر بخش تسهیلات بطور خاص، جدانمودن تسهیلات مبادله‌ای از مشارکتی در تحلیل و استفاده از دقیق‌ترین و بروزترین روش بهینه‌یابی، یعنی بهینه‌یابی پویای تصادفی می‌باشد. این روش به تازگی در ادبیات اقتصادی، خصوصا در بخش مالی مورد استفاده و بهره‌برداری قرار گرفته است.

این مقاله در ابتدا به تبیین ابعاد مختلف عقود مشارکتی در بخش تخصیص و ویژگی‌های آن‌ها در بانکداری اسلامی پرداخته و روند اجرایی‌سازی بانکداری اسلامی در بخش تخصیص در قالب نظام بانکداری ایران را مورد بررسی قرار داده است. سپس متناسب با این الگو، مدل مبتنی بر مدل‌های بهینه‌یابی پویای تصادفی ارائه شده و در پایان با استفاده از داده‌های یکی از بانک‌های ایران به شبیه‌سازی مدل ارائه شده و تحلیل نتایج پرداخته شده است.

برای دست‌یابی به هدف، مقاله بدین صورت سازماندهی می‌شود. در ابتدا به تبیین ابعاد مختلف مدل بهینه‌یابی پویای تصادفی و پیشینه تحقیق پرداخته می‌شود. در بخش دوم اجزا و بخش‌های مختلف مدل تصریح می‌شود. در بخش بعدی با استفاده‌از داده‌های واقعی، مدل تحقیق شبیه‌سازی و تحلیل می‌شود و در پایان نتیجه‌گیریبیان می‌شود.

۲. ادبیات تحقیق

۲-۱.مدل‌سازی بهینه‌یابی پویای تصادفی

بهینه‌یابی در تحلیل‌های اقتصادی موضوع مهم و برجسته‌ای است و در بیشتر تکنیک‌های جدید برنامه‌ریزی ریاضی جایگاه مهمی دارد. در مسئله بهینه‌یابی پویا این سوال مطرح می‌شود که مقدار بهینه متغیر انتخابی برای هر دوره زمانی در طول دوره برنامه‌ریزی (حالت زمان گسسته) یا در هر نقطه از یک فاصله زمانی معین، مثلا $[0\,, T]$ (حالت زمان پیوسته) چقدر است. جواب مسئله بهینه پویا به ازای هر متغیر انتخابی بشکل یک مسیر زمانی بهینه خواهد بود که بهترین مقدار این متغیر را تا پایان دوره برنامه‌ریزی مشخص می‌کند (چیانگ[1]، ۱۳۸۷: ۳).

در نظریه کنترل بهینه، مسئله بهینه‌یابی بجای دوتا متغیر، دارای سه نوع متغیر است. یعنی علاوه بر متغیر زمان t و متغیر وضعیت $x(t)$ متغیر کنترل $u(t)$ نیز مورد توجه قرار گرفته است. مهم‌ترین هدف نظریه کنترل بهینه، تعیین مسیر زمانی بهینه برای متغیر کنترل است. البته وقتی مسیر متغیر کنترل بهینه شد می‌توان مسیر بهینه متغیر وضعیت را نیز پیدا نمود. لذا حضور متغیر کنترل به عنوان بازیگر اصلی، جهت‌دهی اساسی مسئله بهینه‌یابی پویا را تغییر می‌دهد (پورکاظمی، ۱۳۹۳: ۲٤٤).

۲-۱-۱. تعریف مسئله بهینه‌یابی

فرض می‌کنیم S فضای نمونه و F ساختار اطلاعاتی و F_t ساختار اطلاعاتی فیلتر شده[۲] و P اندازه احتمال باشد. در فضای احتمالی (S, F, F_t, P)، $x(t)$ فرایند تصادفی و $w(t)$ حرکت

---

[1] Chiang

[۲] F_t نمایش کلاسی از همه پیشامدهای ممکن در F تا قبل از زمان t می‌باشد و دارای ساختار اطلاعاتی کمتری می‌باشد لذا $F_t \subseteq F$. و اگر $s < t$ باشد F_s دارای اطلاعات کمتری از F_t است یعنی: $F_s \subseteq F_t$

براونی استاندارد است. مسئله‌ای به صورت زیر یک مسئله کنترل تصادفی است:

$$Max\ Z = E\left[\int_{t_0}^{T} I(t,x,u)dt + F(x(T),T)\right]$$
$$s.t.\ dx = f(t.x,u)dt + \sigma(t.x,u)dw$$
$$x(t_0) = x_0$$
$$z\big(T,x(T)\big) = F(x(T),T)$$

در رابطه بالا،$x(t)$ متغیر وضعیت، $u(t)$ متغیر کنترل و $w(t)$ فرایند براونی هستند (برتسکاس[1]، ١٩٩٥: ٤٩).

٢-١-٢. حل مسئله کنترل بهینه تصادفی

اساس حل مسئله کنترل بهینه غیر تصادفی مبتنی بر معادلات دیفرانسیل معمولی می‌باشد، سه روش حساب تغییرات، اصل ماکزیمم و برنامه‌ریزی پویا (معادله بلمن) برای حل مسئله کنترل وجود دارد که از بین این سه روش، تنها روش سوم یعنی برنامه‌ریزی پویا و معادله بلمن قابل استفاده برای حل مسائل کنترل بهینه تصادفی می‌باشد. لذا برای حل این‌گونه مسائل از معادله بلمن استفاده می‌شود (پورکاظمی، ١٣٩٣: ٣٧٣).

برای به دست آوردن معادله بلمن از اصل بهینگی استفاده نموده و براساس این اصل اگر نقطه شروع را هر نقطه‌ای جز (x_0,t_0) نیز در نظر بگیریم، مسیر باقیمانده هم با انتخاب مثلا $(x_0+\Delta x,t_0+\Delta t)$ به عنوان نقطه شروع، باز این مسیر بهینه است. با استفاده از این اصل و محاسبه مشتقات جزیی و دیفرانسیل متغیر وضعیت یعنی dx و ساده‌سازی (مانند حذف جملات شامل dwزیرا$E[dw]$ برابر صفر است)، به معادله اساسی برای حل مسائل کنترل بهینه تصادفی می‌رسیم که موسوم به معادله تصادفی بلمن است و به صورت زیر نمایش داده می‌شود(برتسکاس، ١٩٩٥: ٥٥):

$$-z_t(t,x) = \underset{u}{Max}\left[I(t,x,u) + z_x(t,x)f(t.x,u) + \frac{1}{2}\sigma^2 z_{XX}(t,x)\right]$$

٢-٢. پیشینه تحقیق

توویلا[1] (٢٠١٦) در مطالعه خود به بررسی استراتژی‌های بهینه برای تخصیص پویای منابع پرداخته است. در این تحقیق از روش برنامه‌ریزی تصادفی به عنوان یک روش برای تخصیص

---
[1] Berteskas

بهینه منابع استفاده شده است که لازمه آن توسعه سناریوها یا درخت تصمیم‌گیری است که متغیرهای تصادفی مدل و اثرات آن‌ها را توصیف می‌کنند. برای تولید سناریوها در این تحقیق از روش لحظه تطبیق استفاده شده است به این صورت که متغیرهای تصادفی توصیف شده با همتایان خود که از روش اقتصادسنجی و تحلیل‌های سری زمانی به دست‌آمده‌اند، مطابقت داده می‌شوند. با استفاده از مدل طراحی شده می‌توان تخصیص بهینه منابع را در هر قسمت از درخت تصمیم یا سناریو به دست آورد.

حلیم[۲] و دیگران (۲۰۱۵)در مطالعه خود شش هدف یکی از بانک‌های برتر مالزی، یعنی انباشت دارایی، کاهش بدهی، ثروت سهام، درآمد، سودآوری و موارد مدیریت مطلوب مالی را مورد بررسی قرار داده‌اند. آن‌ها برای یافتن یک راه حل بهینه، این اهداف را با استفاده از مدل برنامه‌ریزی هدف در طی سال‌های ۲۰۱۰ تا ۲۰۱٤ بررسی کردند. نتایج بدست آمده در این مطالعه می‌تواند به عنوان یک راهنما برای موسسات مالی در تصمیم‌گیری و توسعه استراتژی برای مقابله با سناریوهای مختلف اقتصادی مورد استفاده قرار بگیرد.

چاکرون و عبید[۳](۲۰۱٤) در مطالعه خود به بررسی استراتژی مطلوب تخصیص منابع برای بانک با در نظر گرفتن نرخ بهره تصادفی پرداخته است. بانک مورد نظر دارای سه نوع دارایی می‌باشد که شامل: حساب بانکی، وام و اوراق بهادار می‌شود. مسئله تخصیص منابع که در این تحقیق به آن پرداخته شده است، حداکثرسازی ثروت سهامداران بانک در یک افق زمانی محدود می‌باشد. برای حل این مسئله از اصل برنامه‌ریزی پویا و معادله همیلتون- جاکوبی- بلمن (HJB) استفاده شده است. در انتها نیز یک مطالعه موردی برای نشان دادن نتایج و تجزیه و تحلیل حساسیت پارامترها در استراتژی تخصیص بهینه منابع انجام شده است.

محمودیان و دیگران (۱۳۹٦)،در مقاله خود عملکرد مطلوب یک بانک اسلامی را با استفاده از مدل‌های بهینه‌یابی پویای تصادفی، مدل‌سازی نموده است. در این تحقیق با در نظر گرفتن مشخصات و ویژگی‌های یک الگوی مطلوب در بانکداری اسلامی، به بیان مدل بهینه‌یابی تصادفی پویا متناسب با آن پرداخته است به نحوی که بتوان مسیر بهینه تجهیز منابع را در هر

---

[1] Tuovila
[2] Halim
[3] Chakroun and Abid

لحظه از زمان مشخص و عملکرد بانک را منطبق با آن تنظیم نمود. نویسنده در انتهای مقاله با استفاده از داده‌های واقعی در نظام بانکی ایران، مدل ارائه شده را شبیه‌سازی نموده و با تغییر پارامترها، به تحلیل حساسیت مسیرهای بهینه پرداخته است.

موسویان و دیگران (۱۳۹۳) در مقاله خود به بررسی رفتار بانک در قالب یک مدل بهینه‌یابی تصادفی پویا پرداخته است. در این مقاله با استفاده از تکنیک کنترل بهینه تصادفی، رفتار بانک بدون ربا در قالب تابع هدف مورد بررسی قرار گرفته است و سهمی از عقدهای مبادله‌ای و مشارکتی که عایدی بانک اسلامی را حداکثر می‌کند، در قالب یک الگوی نظری مشخص شده است.

۳. تصریح مدل

اکنون تعریف مسئله بهینه‌یابی پویای تصادفی بیان می‌شود و مدل پیشنهادی در قالب ریاضی عرضه می‌شود. قبل از بیان مسئله اصلی باید ساختار این مدل تبیین گردد که در ادامه ارائه می‌شود.

درآمدهای بانک: در مدل تحقیق فرض بر این است که درآمدهای اصلی بانک، شامل درآمدهای کارمزدی و خدماتی، درآمد ناشی از عقود مشارکتی و درآمد ناشی از عقود با بازدهی ثابت می‌باشد که به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$Total\ Income: y_t + r^f L_f(t) + r^v L_v(t)$$

که در آن y_t درآمد حاصل از ارائه خدمات بانکی و اخذ کارمزد می‌باشد، L_f تسهیلات اختصاص‌یافته در زمینه عقود بابازدهی ثابت، L_v تسهیلات اختصاص‌یافته در زمینه عقود مشارکتی، r^f سهم سود بانک از تسهیلات عقود با بازدهی ثابت و r^v سهم سود بانک از تسهیلات عقود مشارکتیمی‌باشد. حضور درآمد خدمات بانکی در مدل از آن جهت است که به دلیل افزایش رقابت بین بانک‌ها و تغییرات در مقررات افشاسازی بانک‌ها را مجبور به کاهش نرخ‌های وام‌دهی نموده است، به همین دلیل، بانک‌ها به طور وسیع به خدمات غیربهره‌ای روی آورده‌اند (فرهنگ و دیگران، ۱۳۹۵: ٤٨).

هزینه‌های بانک: در مدل تحقیق هزینه‌های بانک به دو بخش هزینه‌های عمومی بانک و هزینه‌های تخصصی بانک تقسیم می‌گردد. هزینه‌های عمومی بانک در زمان t دارای یک فرم درجه ۲ از میزان کل سپرده‌ها بوده و هزینه تخصصی بانک هم به عنوان یک متغیر جدا در نظر گرفته می‌شود؛ در نتیجه، هزینه بانک را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$Cost\ of\ the\ Bank(t) = a_0 + a_1 L(t) + a_2 L^2(t) + c_f L_f(t) + c_v L_v(t)$$

که در آن L مجموع کل تسهیلات بانک، c_f هزینه نهایی تخصیص عقود با بازدهی ثابت، c_v هزینه نهایی تخصیص عقود مشارکتی و $[a_0, a_1, a_2]$ بردار پارامترهای ساختار هزینه‌ای بانک می‌باشد. درنظر گرفتن فرم درجه ۲ به این دلیل است که وجود صرفه به مقیاس، معمولاً برای فعالیت بانک هزینه‌های سخت‌افزاری و نرم‌افزاری یکسانی در ابتدا مورد نیاز است و بنابراین با افزایش میزان تسهیلات، هزینه نهایی شکل نزولی دارد. اما از یک سطح مشخص به بعد، جذب سپرده و ارائه تسهیلات بیشتر، نیاز به هزینه‌های بیشتر به منظور ارتقای زیرساخت‌ها در بانک مانند افزایش تعداد شعب یا ارتقای نرمافزارهای مورد استفاده دارد که این امر باعث می‌شود افزایش هزینه فزاینده بوده و هزینه نهایی صعودی شود. تفکیک هزینه‌های تخصیص نیز به این دلیل است که ساختار هزینه‌ای تخصیص کاملا متفاوت از یکدیگر است.

تابع هدف بانک: تابع هدف بانک مانند هر موسسه خصوصی دیگر حداکثر نمودن ارزش فعلی خالص سود است که از تفاضل ارزش فعلی درآمد و هزینه بانک به دست می‌آید.

متغیرهای وضعیت و کنترل مدل: در مدل مقاله تسهیلات به‌کارگرفته شده در عقود با بازدهی ثابت و مشارکتی، دو متغیر وضعیت مدل بوده و میزان سهم آن‌ها نیز متغیرهای کنترلی می‌باشند.

با توجه به غیر متعین بودن تخصیص منابع در هر لحظه از زمان، تغییرات ارائه تسهیلات در هر یک از انواع آن، از یک فرایند تصادفی تبعیت می‌کند. این فرض توسط موکودم پترسون و همکارانهم در مورد تغییرات وام‌دهی استفاده شده است که آن را به صورت زیر بیان نموده‌اند (موکودم پترسون[1] و همکاران، ۲۰۰۷: ٤):

[1] Mukuddem-Petersen

$$dL(t) = L(t)[(r^L(t) - c^L)dt + \sigma_t(t)dw(t)]$$

که در آن r^L نرخ بهره وام‌های اعطایی، c^L هزینه نهایی اعطای وام، σ_t نوسانات تقاضای وام و w فرایند براونی تقاضا برای وام است. در نتیجه اگر $L_f(t)$ میزان تسهیلات تخصیص‌یافته براساس عقود با بازدهی ثابت باشد، می‌توانیم تغییرات آن را به صورت زیر بیان نماییم:

$$dL_f(t)/L_f(t) = \mu_f(t)dt + \sigma_f(t)dw_f(t)$$

$dw_f(t)$ فرایند تصادفی براونی استاندارد $L_f(t)$ می‌باشد که دارای ویژگی‌های زیر است:

$$E\left[dw_f(t)\right] = 0$$

$$\left(dw_f\right)^2(t) = dt$$

$$dw_f(t)dw_f(s) = 0 \qquad if\ s \neq t$$

$\mu_f(t) = E[dL_f(t)/L_f(t)]/dt$ که نشان‌دهنده میانگین انتظاری تسهیلات عقودبابازدهی ثابت در زمان dt می‌باشد.

$\sigma_f^2(t) = Var[dL_f(t)/L_f(t)]/dt$ که نشان‌دهنده واریانس تسهیلات بازدهی ثابت در زمان dt می‌باشد.

موکودم پترسون و همکاران در مقاله خود مقدار میانگین انتظاری تسهیلات را $\mu(t) = r^L(t) - c^L$ درنظر گرفته‌اند. دراینجا نیز ما مقدار میانگین انتظاری L_f را برابر تفاوت بازدهی نهایی با هزینه نهایی آن درنظر می‌گیریم؛ با این تفاوت که نوسانات سود به دست‌آمده نهایی را نیز در آن وارد می‌نماییم. دلیل این تغییر به تفاوت ماهوی بانکداری ایران با بانکداری رایج برمی‌گردد. از آنجا که در نظام بانکی ایران سود قطعی و از قبل مشخص‌شده وجود ندارد و با توجه به شرایط بازار واقعی سود حاصله تعیین می‌شود، لذا در تحقق سود به تناسب نوع تسهیلات ما با ریسک مواجه هستیم که طبیعتا این ریسک در عقود بابازدهی ثابت بسیار کم و در عقود مشارکتی بیشتر می‌باشد. با توجه به توضیحات فوق می‌توانیم تغییرات $L_f(t)$ را به صورت زیر بیان نماییم:

$$dL_f(t)/L_f(t) = \left(\frac{\pi_f^e - c_f}{\gamma_f}\right)dt + \sigma_f(t)dw_f(t)$$

که در آن π_f^e سود انتظاری تسهیلات بازدهی ثابت، c_f هزینه تسهیلات بازدهی ثابت و γ_f ریسک سود حاصله از تسهیلات بازدهی ثابت می‌باشد. مقدار γ_f عددی بین یک و دو تعریف

می‌شود؛ با این استدلال که اگر هیچ ریسکی در تحقق سود وجود نداشته باشد، ما به فرمول مشابه الگوی بانکداری رایج بیان شده توسط موکودم پترسون می‌رسیم و در صورت وجود ریسک این عدد تا حداکثر دو برابر به صورت معکوس دارای اثر منفی در مسیر بهینه می‌باشد.
به همین ترتیب، می‌توان معادله حرکت دیگر متغیر وضعیت یعنی $L_v(t)$ را به صورت زیر نوشت:

$$dL_v(t)/L_v(t) = \left(\left(\frac{\pi_v^e - c_v}{\gamma_v}\right)\right)dt + \sigma_v(t)dw_v(t)$$

مجموع کل تسهیلات بانک $L(t)$ تابعی از دو نوع تسهیلات فوق یعنی $L_f(t)$ و $L_v(t)$ است؛ به نحوی که در زمان t برای کل تسهیلات بانک داریم:

$$L(t) = F\big(t, L_f(t), L_v(t)\big)$$

در نتیجه، بر اساس دیفرانسیل‌گیری تصادفی کلی و قضیه ایتو (آلن[1]، ۲۰۰۷: ۹۵)، (تسی[2]، ۲۰۰۲: ۲۲۸) خواهیم داشت:

$$dL(t) = \left(\left(\frac{\pi_f^e - c_f}{\gamma_f}\right)L_f(t) + \left(\frac{\pi_v^e - c_v}{\gamma_v}\right)L_v(t)\right)dt + \sigma_f L_f(t)dw_f(t) + \sigma_v L_v(t)dw_v(t)$$

با تعریف روابط ساختاری زیر می‌توانیم معادله نهایی حرکت را استخراج نماییم.

$$L_f(t) = \alpha(t)\, L(t)$$
$$L_v(t) = \lambda(t)\, L(t)$$
$$y_t = \delta\, D(t)$$

که در این روابط α و λ به ترتیب، سهم تسهیلات عقود بابازدهی ثابت و مشارکت از کل تسهیلات می‌باشند. این دو سهم را می‌توان به عنوان متغیر کنترل در مدل مدنظر قرار داد؛ زیرا تغییر این دو متغیر مستقیما در سوددهی بانک تاثیرگذار خواهد بود. در نهایت، δ ضریب درآمدزایی خدماتی بانک می‌باشد. در اینجا فرض شده که درآمد ناشی از خدمات بانک با میزان کل سپرده‌های بانک ارتباط مستقیم دارد. منطق این فرض این است که با افزایش میزان سپرده‌های بانک، امکانات، تعداد شعب، کارکنان و خدمات‌دهی بانک نیز افزایش می‌یابد. δ

[1] Allen
[2] Tsay

می‌تواند از طریق داده‌های بانک مشخص شود. البته ممکن است رابطه درآمد ناشی از خدمات بانک و سپرده‌ها از نوع درجه دوم یا لگاریتمی‌باشد که در اینجا برای سادگی رابطه خطی فرض شده است. اکنون با توجه به روابط فوق می‌توانیم رابطه نهایی معادله حرکت را به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$dL(t) = L(t)\left[\left(\alpha(t)\left(\frac{\pi_f^e - c_f}{\gamma_f}\right) + \lambda(t)\left(\frac{\pi_v^e - c_v}{\gamma_v}\right)\right)dt + \alpha(t)\sigma_f dw_f(t) + \lambda(t)\sigma_v dw_v(t)\right]$$

۳-۱. تشکیل مسئله

حال که مشخصات مدل پیشنهادی تبیین و فروض و ساختار به کار گرفته شده در مدل تعریف شدند، می‌توانیم مسئله اصلی یعنی مدل بهینه‌یابی پویای تصادفی جهت الگوی پیشنهادی تخصیص منابع در بانکداری اسلامی را تبیین نماییم. همان‌گونه که یاد شد، تابع هدف بانک مانند هر موسسه خصوصی دیگر حداکثر نمودن ارزش فعلی خالص سود است که از تفاضل ارزش فعلی درآمد و هزینه بانک به دست می‌آید. این مسئله دو قید تصادفی دارد که شامل معادله دیفرانسیل تصادفی دو نوع تسهیلات یاد شده در مدل می‌باشد. مشابه همین کار توسط مرتون[1] (۱۹۷۳) صورت پذیرفته است. به این صورت که مرتون در فصل هشتم کتاب خود با عنوان نظریه قیمت‌گذاری عقلایی اختیارات، تغییر در قیمت سهام، اوراق قرضه و اختیارات را به صورت یک معادله دیفرانسیل تصادفی بیان نموده که تغییرات قیمت اختیارات در آن، تابعی از تغییرات قیمت در سهام و اوراق قرضه می‌باشد. با این توضیحات می‌توانیم مسئله بهینه‌یابی پویای تصادفی الگوی تخصیص منابع را به صورت زیر بیان کنیم:

$$Max\ Z\big(t, L_f(t), L_v(t)\big) = E\left[\int_{t_0}^{T} e^{-\beta t}\left[y_t + r^f L_f(t) + r^v L_v(t) - \big(a_0 + a_1 L(t) + a_2 L^2(t) + c_f L_f(t) + c_v L_v(t)\big)\right]dt\right]$$

---

[1] Merton

$$\text{s.t.}\begin{cases} dL_f(t)/L_f(t) = \left(\dfrac{\pi_f^e - c_f}{\gamma_f}\right)dt + \sigma_f(t)dw_f(t) \\ dL_v(t)/L_v(t) = \left(\dfrac{\pi_v^e - c_v}{\gamma_v}\right)dt + \sigma_v(t)dw_v(t) \end{cases}$$

که در آن β نرخ تنزیل استفاده شده برای محاسبه ارزش حال سودهای آینده بانک است. نکته‌ای که وجود دارد این است که مسئله بهینه‌سازی تصادفی بالا دارای دو متغیر وضعیت $L_f(t)$ و $L_v(t)$ می‌باشد که معادله دیفرانسیل تصادفی هر یک به عنوان یک قید تصادفی در مدل وارد شده است.

وجود چند متغیر کنترل مدل را پیچیده نخواهد کرد؛ اما افزایش تعداد متغیرهای وضعیت کار را برای محاسبه و حل مدل بسیار سخت‌تر می‌نماید. در حالت عادی یعنی یک مدل بهینه‌یابی تصادفی با یک متغیر وضعیت و یک متغیر کنترل، ما شاهد پیچیدگی‌های قابل توجه در محاسبات هستیم که در مسئله فوق این پیچیدگی‌ها چند برابر خواهد شد؛ زیرا ما درگیر مشتقات جزیی پیچیده‌تر و معادلات دیفرانسیل متعدد خواهیم بود که از قابلیت فهم مدل می‌کاهد. یکی از نوآوری‌های مهم تحقیق حاضر، ساده کردن مدل با حفظ اطلاعات اصلی آن است. با ترکیب دو متغیر وضعیت و استفاده از روابط ساختاری توضیح داده شده، مسئله اصلی تحقیق به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z\big(t, D(t)\big) = E\Bigg[\int_{t_0}^{T} e^{-\beta t}\Big[\big(\delta\, D(t) \; + r^f\alpha(t)\, L(t) + r^v\lambda(t)\, L(t)\big) \\ - \big(a_0 + a_1 L(t) + a_2 L^2(t) + c_f\alpha(t)\, L(t) + c_v\lambda(t)\, L(t)\big)\Big]\, dt\Bigg] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } \Bigg\{ dL(t) = L(t)\Bigg[\Bigg(\alpha(t)\left(\frac{\pi_f^e - c_f}{\gamma_f}\right) + \lambda(t)\left(\frac{\pi_v^e - c_v}{\gamma_v}\right)\Bigg)dt + \alpha(t)\sigma_f dw_f(t) \\ + \lambda(t)\sigma_v dw_v(t)\Bigg]\Bigg\} \end{aligned}$$

در این مسئله نسبت به مسئله قبل متغیرهای کنترل $\boldsymbol{\alpha(t)}$ و $\boldsymbol{\lambda(t)}$ اضافه شده است که بیانگر سهم هر یک از تسهیلات می‌باشند. بانک می‌تواند با کنترل این دو متغیر و تغییر آن‌ها با استفاده از ابزار در اختیار خود مستقیما میزان سودآوری خود را تغییر دهد. کامین و شوارتز[1]

[1] Kamien and Schwartz

(۲۰۱۲) هم در کتاب خود و در مسئله تخصیص ثروت شخصی بین مصرف جاری و سرمایه‌گذاری در زمینه‌های جنبی، سهمی از ثروت را که به صورت دارایی ریسکی اختصاص یافته است به عنوان متغیر کنترل در نظر گرفته است که مشابه همین کاری است که ما در اینجا در مورد متغیرهای کنترل انجام داده‌ایم. همچنین بر خلاف مسئله قبل، که دو متغیر وضعیت داشتیم، در اینجا فقط یک متغیر وضعیت داریم که آن هم $L(t)$ یعنی کل تسهیلات بانک می‌باشد. نکته دیگری که در این مسئله وجود دارد این است که در قید این مسئله معادله دیفرانسیل متغیر وضعیت متاثر از دو نوع فرایند تصادفی براونی می‌باشد که مربوط به دو نوع متفاوت از تسهیلات بانک می‌باشد.

۳-۲. حل مسئله

همان‌گونه که در مبانی نظری بیان شد، زمانی که مسئله بهینه‌یابی دارای قید به صورت معادله دیفرانسیلی باشد و این معادله شامل فرایند تصادفی براونی باشد، دیگر نمی‌توان این‌گونه مسائل را با استفاده از روش حساب تغییرات و اصل ماکزیمم حل نمود و باید از روش برنامه‌ریزی پویا استفاده کرد. لذا در اینجا هم چون مسئله نهایی شامل قید تصادفی می‌باشد، باید از روش برنامه‌ریزی پویا که استفاده از معادله بلمنمی‌باشد، استفاده نمود. معادله بلمن متناسب با مسئله فوق را می‌توان به صورت زیر استخراج نمود:

$$-z_t(t,x) = \underset{u}{\mathrm{Max}}\Big[I(t,x,u) + z_x(t,x)f(t.x,u) + \frac{1}{2}z_{xx}(t,x)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2\rho_{23}\sigma_2\sigma_3)\Big]$$

با قرار دادن تابع اصلی و جایگزینی عبارات معادل $f(t.x,u)$، $\sigma_1(t.x,u)$و $\sigma_2(t.x,u)$ در معادله بلمن یاد شده در معادله فوق به معادله بلمن[1] متناسب با مسئله نهایی مقاله دست خواهیم یافت که به صورت زیر می‌باشد(به منظور ساده‌تر شدن مدل ضریب همبستگی متغیرهای تصادفی برابر صفر در نظر گرفته شده است):

[1] Belman

$$-\mathrm{z_t(t,L)} = \underset{\mathrm{u}}{\mathrm{Max}}\Bigg[\mathrm{e^{-\beta t}}\Big[\Big(\delta\, \mathrm{D(t)} + \mathrm{r^f}\alpha(\mathrm{t})\, \mathrm{L(t)} + \mathrm{r^v}\lambda(\mathrm{t})\, \mathrm{L(t)}\Big) - \Big(\mathrm{a_0} + \mathrm{a_1 L(t)} + \mathrm{a_2 L^2(t)} + \mathrm{c_f}\alpha(\mathrm{t})\,\mathrm{L(t)} + \mathrm{c_v}\lambda(\mathrm{t})\,\mathrm{L(t)}\Big)\Big] + \mathrm{z_L(t,L).L}\left(\alpha\left(\frac{\pi_f^e - c_f}{\gamma_f}\right) + \lambda\left(\frac{\pi_v^e - c_v}{\gamma_v}\right)\right) + \frac{1}{2}\mathrm{z_{LL}(t,L).L^2}(\alpha^2\sigma_f^2 + \lambda^2\sigma_v^2)\Bigg]$$

در صورتی که بخواهیم مسئله نسبت به متغیرهای کنترل ماکزیمم باشد، باید از رابطه فوق نسبت به این متغیرها مشتق جزیی بگیریم، سپس برابر صفر قرار داده و مقادیر به‌دست آمده را در معادله فوق جایگزین نماییم. با مشتق‌گیری جزیی نسبت به متغیرهای کنترل خواهیم داشت:

$$\begin{cases} e^{-\beta t}L(r^f - c_f) + \left(\dfrac{\pi_f^e - c_f}{\gamma_f}\right)z_L.L + \alpha z_{LL}.L^2\sigma_f^2 = 0 \;\Rightarrow \boldsymbol{\alpha} = \dfrac{\boldsymbol{e^{-\beta t}(r^f - c_f) + \left(\frac{\pi_f^e - c_f}{\gamma_f}\right)z_L}}{\boldsymbol{z_{LL}.L\sigma_f^2}} \\ e^{-\beta t}L(r^v - c_v) + \left(\dfrac{\pi_v^e - c_v}{\gamma_v}\right)z_L.L + \lambda z_{LL}.L^2\sigma_v^2 = 0 \;\Rightarrow \boldsymbol{\lambda} = \dfrac{\boldsymbol{e^{-\beta t}(r^v - c_v) + \left(\frac{\pi_v^e - c_v}{\gamma_v}\right)z_L}}{\boldsymbol{z_{LL}.L\sigma_v^2}} \end{cases}$$

حال این مقادیر بهینه را در معادله بلمن جای‌گذاری نموده و برای حل آن می‌توان از روش‌های حل معادلات با مشتقات جزیی در حالت‌های خاص استفاده نمود (پورکاظمی، ۱۳۹۳: ٤٤٦-٤٥٨). یک روش برای حل معادله فوق با توجه به صورت معادله، استفاده از روش ضرایب نامعین می‌باشد. در این روش، حل ابتدا جواب را با ضرایب نامعین حدس زده و این جواب را با ضرایب نامعین در معادله برده و از اتحاد طرفین، ضرایب نامعین را تعیین می‌کنیم (پورکاظمی، ۱۳۹۳: ٤٥٢)؛ به این صورت که می‌توان حدس زد که تابع هدف دارای عبارتی درجه دوم بر حسب $L(t)$ و یک عبارت نمایی بر حسب t می‌باشد، لذا جواب خصوصی را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$z(t,L) = e^{-\beta t}[A_0 + A_1L + A_2L^2] + c$$

به منظور محاسبه ضرایب A_1،A_0 و A_2 مشتق‌های جزیی $\boldsymbol{z_t}$، $\boldsymbol{z_D}$ و $\boldsymbol{z_{DD}}$را به صورت زیر محاسبه نموده و در معادله بلمن نهایی جای‌گذاری می‌کنیم و ضرایب بر حسب پارامترها تعیین می‌گردند.

$$z_t = -\beta e^{-\beta t}(A_0 + A_1 L + A_2 L^2)$$
$$z_L = e^{-\beta t}(A_1 + 2A_2 L)$$
$$z_{LL} = 2A_2 e^{-\beta t}$$

حال با مشخص شدن مقادیر مشتقات جزیی به صورت فوق، می‌توان مقدار بهینه متغیرهای کنترل را به صورت زیر تعیین نماییم:

$$\alpha^* = \frac{(r^f - c_f) + A_1(\frac{\pi_f^e - c_f}{\gamma_f})}{2A_2 L\sigma_f^2} + \frac{(\frac{\pi_f^e - c_f}{\gamma_f})}{\sigma_f^2}$$

$$\lambda^* = \frac{(r^v - c_v) + A_1(\frac{\pi_v^e - c_v}{\gamma_v})}{2A_2 L\sigma_v^2} + \frac{(\frac{\pi_v^e - c_v}{\gamma_v})}{\sigma_v^2}$$

با جای‌گذاری مقادیر بهینه متغیرهای کنترل در معادله دیفرانسیل حرکت و با استفاده از فرمول ایتو می‌توانیم مقدار بهینه متغیر وضعیت یعنی $L(t)$ را در هر لحظه از زمان به دست آوریم (هانسون[1]، ۲۰۰۷: ۲۵۰) که به صورت زیر خواهد بود:

$$\Rightarrow L^* = L_0 e^{\left(\theta - \frac{1}{2}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2]\right)t + \sigma_1 w_f + \sigma_2 w_v}$$

٤. شبیه‌سازی مدل با استفاده از داده‌های واقعی

به منظور به دست آوردن مسیر زمانی بهینه $\boldsymbol{L}^*$ به صورت عددی می‌توان از روش شبیه‌سازی اولر- مارویاما[2]استفاده نمود؛ به این صورت که اگر صورتکلی معادله دیفرانسیل تصادفی به شکل زیر را در نظر بگیریم:

$$dx = \alpha(t.x)dt + \sigma(t.x)dw$$

فرایند تصادفی وینرw_t با استفاده از مجموعه‌ای تجمعی تغییرات افزایشی که از توزیع نرمال تولید می‌شوند، ایجاد می‌شود با توجه به اینکه تغییرات افزایشی فرایند x از زمان k تا زمان $k+1$ یعنی Δx_k را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Delta x_k = x_{k+1} - x_k = \alpha(t_k.x_k)\Delta t + \sigma(t_k.x_k)\Delta w_k$$

که در آن $\Delta w_k = w(t_{k+1}) - w(t_k)$ و Δt یک بازه زمانی کوچک است. به این ترتیب برای شبیه‌سازی فرایند x_t، مقادیرΔw_k را از توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانسΔt با

1 Hanson
2 Euler-Maruyama (EM) Simulations method

استفاده از اعداد تصادفی از توزیع نرمال استاندارد بر اساس رابطه $\Delta w_k = \sqrt{\Delta t} \times N(0,1)$ شبیه‌سازی می‌نماییم؛ بدین ترتیب، اگر مقدار فرایند x در زمان t_0 را داشته باشیم، مقدار فرایند در زمان $k+1$ برای $k = 1:N$ به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha(t_k . x_k)\Delta t + \sigma(t_k . x_k)\Delta w_k$$

که در آن $t_{k+1} = k\Delta t$ می‌باشد؛ بنابراین با انجام این فرایند شبیه‌سازی به مسیر فرایند x_t بر بازه زمانی مورد علاقه می‌رسیم (هانسون، ٢٠٠٧: ٢٥٠). لازمه انجام شبیه‌سازی براساس روش یاد شده برآورد عددی پارامترهای موجود در مسئله می‌باشد. به منظور تعیین مقدار عددی پارامترهای موجود در مسئله از آمارهای ماهانه یکی از بانک‌های ایران در طول دو سال (٢٤ ماه) استفاده شده است. در ادامه به معرفی و نحوه تعیین پارامترها می‌پردازیم.

٤-١. پارامترهای مسئله

برای به دست آوردن مقادیر عددی پارامترهای مدل مقاله از داده‌های ماهانه یکی از بانک‌های ایران استفاده شده است که به درخواست این بانک نام آن در مقاله ذکر نمی‌شود. این داده‌ها مربوط به ٢٤ ماه می‌باشد. بنابراین، مسیر زمانی که در این مقاله بهینه‌یابی می‌شود، دو سال یا ٢٤ ماه می‌باشد. مقدار عددی پارامترها در جدول زیر قابل مشاهده است.

جدول ١. مقادیر عددی پارامترهای مورد استفاده در مدل تحقیق

نام پارامتر	مقدار	نام پارامتر	مقدار
٠/١٤٤	σ_f	٠/٠٠٤٥	c_f
٠/٢٨٣	σ_v	٠/٠٠٥٥	c_v
٠/٠١٥	r^f	٠/٠١٦٧	π_f^e
٠/٠١٧٥	r^v	٠/٠١٩	π_v^e
٠/٠٠٢٤	a_1	٠/٠٠٠٤	δ
٦/٥٩E-١١	a_2	٠/٠١٤٤	β
١/٠٥	γ_f	١/٥	γ_v
٠/٧٥	A_1	٥/٤٦E-٠٩	A_2

منبع: یافته‌های تحقیق

٤-۲. تعیین مسیر بهینه متغیرهای مدل

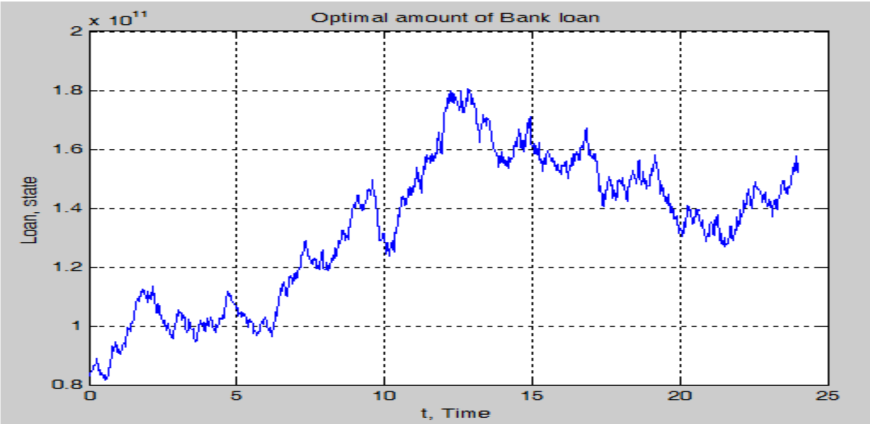
حال که مقادیر عددی پارامتر مدل مقاله تعیین شدند، نوبت به تعیین مسیر بهینه متغیرهای وضعیت و کنترل می‌رسد. اولین و اصلی‌ترین متغیری که به تعیین مسیر بهینه آن می‌پردازیم، $L(t)$ است. برای تعیین مسیر بهینه $L(t)$ از روش شبیه‌سازی اولر- مارویاما استفاده می‌نماییم. با توجه به رابطه دیفرانسیلی مدل، خواهیم داشت:

$$L_{k+1}=L_k + \alpha(t_k.L_k)\Delta t + \sigma_1(t_k.L_k)\Delta w_{1k} + \sigma_2(t_k.L_k)\Delta w_{2k}$$

با جای‌گذاری مقادیر عددی پارامترها، به رابطه نهایی جهت تعیین مسیر بهینه دست می‌یابیم. به این منظور، طبق روش شبیه‌سازی اولر- مارویاما باید فرایندهای وینر به طور مجزا در بازه‌های زمانی کوچک ساخته شوند و با استفاده از آن‌ها مسیر بهینه $D(t)$ به دست می‌آید.مقدار اولیه L را برابر ۸۳ میلیارد و بازه‌ای ۲٤ دوره‌ای (معادل دوسال) را در نظر می‌گیریم $\left(\text{یعنی } t = 1, \dots, 24\right)$. برای تقریب دقیق‌تر، بازه زمانی شبیه‌سازی را به $N = 4096$ زیر بازه تقسیم می‌کنیم؛ در نتیجه $\Delta t = .00024$ خواهد بود. مقادیرΔw_k را از توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانسΔt وبا استفاده از اعداد تصادفی از توزیع نرمال استاندارد براساسرابطه $\Delta w_k = \sqrt{\Delta t} \times N(0,1)$ شبیه‌سازی می‌نماییم. بدین ترتیب اگر مقدار فرایند L در زمان t_0 را داشته باشیم، مقدار فرایند در زمان$k + 1$برای$k = 1{:}N$ به دست می‌آید. تمام شبیه‌سازی‌های انجام شده در مقاله با استفاده از نرم‌افزار Matlab صورت گرفته است.

٤-۳. شبیه‌سازی مسیر بهینه تسهیلات بانک

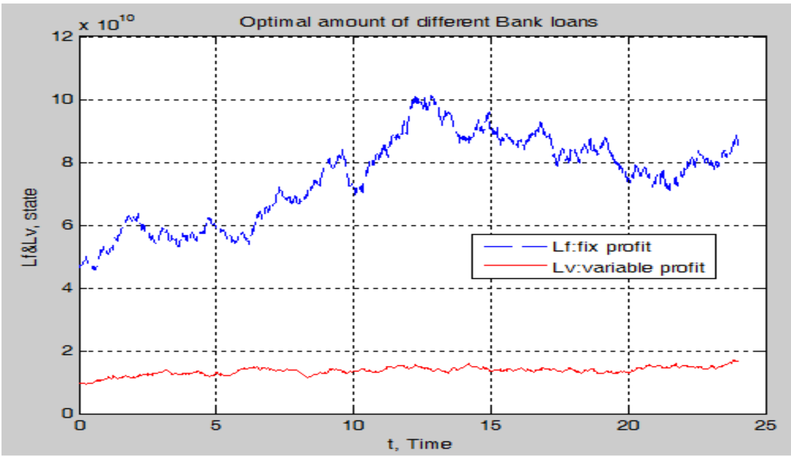
با جای‌گذاری مقداری عددی پارامترها و استفاده از روش شبیه‌سازی اولر- مارویاما، اکنون می‌توانیم مسیر بهینه متغیر وضعیت مدل یعنی تسهیلات بانک را شبیه‌سازی نماییم. مسیر بهینه تسهیلات در طول یک دوره ۲٤ ماهه (دوساله) در شکل زیر مشخص می‌باشد:



نمودار ۱. مسیر بهینه تسهیلات بانک

منبع: یافته‌های تحقیق

با مشخص شدن مسیر بهینه متغیر وضعیت، اکنون می‌توانیم مسیر بهینه متغیرهای کنترل، یعنی سهم بهینه هر یک از انواع تسهیلات را استخراج نماییم. با استخراج این سهم‌ها و ضرب آن‌ها در مقدار بهینه تسهیلات، می‌توان مسیر زمانی بهینه هر یک از انواع تسهیلات را بدست آورد، که در شکل زیر قابل مشاهده می‌باشد.

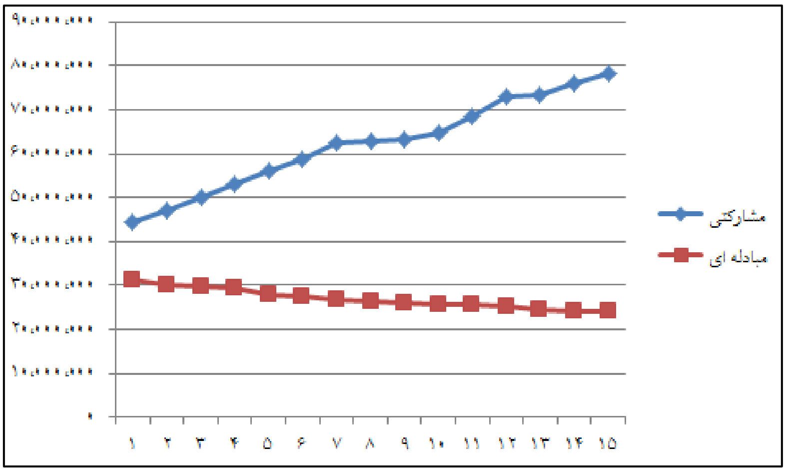


نمودار ۲. مسیر بهینه انواع مختلف تسهیلات

منبع: یافته‌های تحقیق

٤-٤. مقایسه نتایج مدل با داده‌های واقعی

به منظور مقایسه نتایج به دست آمده از مدل با داده‌های واقعی، در این قسمت نمودارهای مربوط به داده‌های واقعی تسهیلات یکی از بانک‌های ایران در طول مدت دو سال را با نتیجه استخراج‌شده از مدل مورد مقایسه قرار می‌دهیم. از آنجا که مقیاس مورد استفاده در مدل بر حسب ماه می‌باشد، بر همین اساس و به منظور قابلیت مقایسه نتایج، داده‌های ماهانه بانک انصار در تسهیلات مشارکتی و مبادله‌ای را مورد استفاده قرار داده‌ایم که در شکل زیر قابل مشاهده می‌باشد.



نمودار ۳. نمودار تسهیلات مشارکتی و مبادله‌ای براساس داده‌های واقعی

منبع: سایت بانک انصار

همان گونه که قابل مشاهده است، روند تسهیلات مشارکتی براساس داده‌های واقعی، تطابق بیشتری با مسیر بهینه دارد و نقطه شروع و انتهای هر دو تقریبا با هم برابر می‌باشد. یکی از دلایل تفاوت نوسانات مسیر بهینه با مسیر واقعی، نحوه استخراج داده‌های ماهانه بانک می‌باشد به این صورت که داده‌های ماهانه بانک بصورت تقسیم تفاضل یکسان در طول دوره می‌باشد و این امر مسیر واقعی نوسانات را نشان نخواهد داد.

نکته دیگری که از مقایسه مسیر واقعی و مسیر بهینه به آن می‌توان اشاره کرد تشابه نوسانات محدود تسهیلات مبادله‌ای می‌باشد که در هر دو شکل قابل مشاهده می‌باشد. از طرفی تفاوت قابل ملاحظه دو نوع تسهیلات نیز در هر دو مسیر واقعی و بهینه قال مشاده می‌باشد. اما تفاوت اصلی مسیر بهینه و مسیر واقعی تسهیلات مبادله‌ای در این است که مسیر بهینه دارای رشد خفیف بوده اما مسیر واقعی بر خلاف آن دارای نزول خفیف می‌باشد. توجیه این امر مربوط می‌شود به سیاست‌های دستوری بانک مرکزی، مبنی بر قرار دادن سقف پایینترسود برای تسهیلات مبادله‌ای برای بانک‌ها می‌باشد که این امر باعث شده که بانک‌ها بر خلاف شرایط باز و رقابتی بازار، بصورت قابل ملاحظه‌ای از سهم تسهیلات مبادله‌ای کاسته و به سمت تسهیلات مشارکتی که دارای سود بالاتری می‌باشد، تمایل پیدا کنند.

٤-٥. تحلیل حساسیت پارامترهای مدل

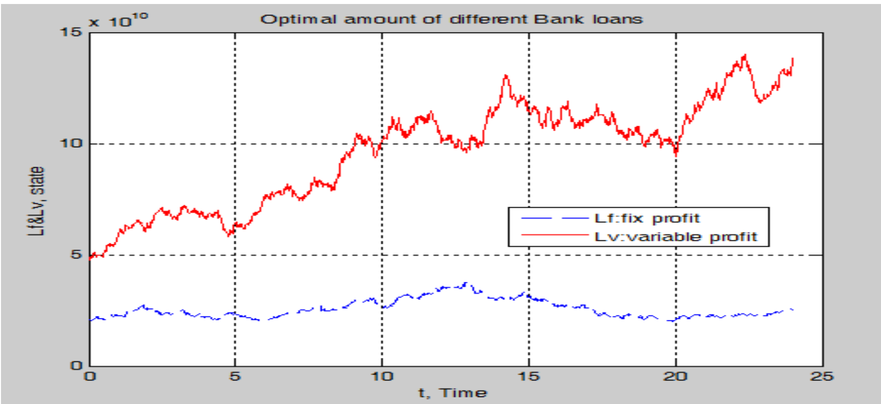
یکی از ویژگی‌های خوب این نوع مدل‌سازی، امکان تحلیل حساسیت پارامترهای مدل می‌باشد. به این صورت که مدیران بانک می‌توانند با انجام تحلیل حساسیت روی پارامترهای موجود نسبت به شناسایی سیاست‌های بهینه اقدام نمایند. در این قسمت از مقاله با توجه به آمارهای واقعی بانک و وضعیت موجود سیستم بانکی ایران برخی پارامترها را تغییر داده و به تحلیل نتایج به دست‌آمده می‌پردازیم. پارامترهای تغییر یافته به شرح زیر می‌باشند:

جدول ٢. مقادیر قبل و بعد پارامترها جهت تحلیل حساسیت

مقدار جدید	مقدار قبلی	نام پارامتر
π_f^e	٠/٠١٦٧	٠/٠١
π_v^e	٠/٠١٩	٠/٠١٧
c_v	٠/٠٠٥٥	٠/٠٠٤٥
γ_v	١/٥	١/٠٥
σ_v	٠/٢٨٣	٠/١٤٤

منبع: یافته‌های تحقیق

با این توضیح که سودهای انتظاری هر یک از عقود با توجه به مقدار واقعی تحقق یافته آن‌ها در بانک یاد شده جایگزین شده است. هزینه تخصیص تسهیلات بازدهی متغیر، نوسانات و ریسک سود آن متناسب با شرایط فعلی نظام بانکداری ایران برابر با تسهیلات مبادله‌ای در نظر گرفته شده است. با توجه به این تغییرات مسیر بهینه تسهیلات مبادله‌ای و مشارکتی به صورت زیر تغییر یافته است.



نمودار ٤. مسیر بهینه انواع مختلف تسهیلات بعد از تغییر پارامترها

منبع: یافته‌های تحقیق

همان گونه که در نمودار بالا مشخص است با کاهش نسبی ریسک در تسهیلات بازدهی متغیر و اختلاف معنادار سود آن با تسهیلات بازدهی ثابت، سهم تسهیلات بازدهی متغیر به مقدار قابل توجهی افزایش یافته و بالاتر از تسهیلات بازدهی ثابت قرار گرفته است. به بیان دیگر، هر چقدر میزان سود انتظاری یک نوع تسهیلات افزایش و میزان ریسک و نوسان آن کاهش یابد، سهم بیشتری از تسهیلات را به خود اختصاص می‌دهد.

۵. نتیجه‌گیری

یکی از تفاوت‌های اساسی و بنیادین بانکداری اسلامی با بانکداری متعارف، حذف بهره و جایگزینی عقود تخصصی در فعالیت‌های بانک می‌باشد. ورود این عقود با ویژگی‌ها و شرایط

عملی مختص به خود، منجر به ایجاد یک نوع دشواری و پیچیدگی در طراحی الگو و مدل‌سازی ریاضی آن شده است. به همین دلیل، مدل‌سازی عملکرد بانک در قالب یک الگوی اسلامی با بیان همه ویژگی‌های آن، به راحتی امکان‌پذیر نمی‌باشد و کارهای انجام شده در این زمینه بسیار محدود و ناقص می‌باشد. یکی از نتایج مهم تحقیق حاضر، طراحی یک مدل ریاضی با درج جزئیات لازم در بخش تخصیص منابع بانکداری اسلامی می‌باشد که نتیجه آن وجود چندین متغیر کنترل و وضعیت می‌باشد. طبیعتا تشکیل مسئله ریاضی، به تنهایی مفید فایده نخواهد بود، بلکه طراحی مدل زمانی ارزشمند است که قابل حل باشد. خوشبختانه در تحقیق حاضر با استفاده از محاسبات پیچیده و دقیق و تعریف توابع میانی، مقدار بهینه تمامی متغیرهای کنترل و وضعیت براساس پارامترهای موجود، مشخص شده است و برای بدست آوردن مقادیر عددی این متغیرها کافی است براساس عملکرد بانک دردنیای واقعی، این پارامترها استخراج شوند.

یکی دیگر از نتایج، ویژگی توسعه‌ای بودن آن است. ورود به مسئله مدل‌سازی عملکرد بانکداری اسلامی در مجامع علمی بسیار محدود و ناقص بوده و تحقیق حاضر می‌تواند منبعی مهم و راهبردی برای تحقیقات آتی باشد. در نهایت، خاطر نشان می‌شود که تحقیق حاضر یک نقطه شروع در زمینه مدل‌سازی ریاضی عملکرد بانک می‌باشد. یقینا با ورود دیگر محققان به این عرصه، این الگو کاملتر شده و ایرادات احتمالی آن مشخص و رفع می‌شود و نهایتا می‌تواند به عنوان یک الگوی جدید و مترقی مورد استفاده سیستم بانکی کشور عزیزمان قرار گیرد و به عنوان یک نماد از تمدن غنی ایرانی اسلامی در معرض دیگر کشورها قرار گرفته و مورد الگوبردای آن‌ها قرار گیرد.

منابع

- پورکاظمی، محمدحسین (۱۳۹۳). بهینه‌سازی پویا، کنترل بهینه و کاربردهای آن.انتشارات دانشگاه شهید بهشتی، تهران.
- چیانگ، آلفا. سی. (۱۳۸۷). اصول بهینه‌یابی پویا. ترجمه: شاکری، عباس، اهرابی، فریدون انتشارات دانشگاه علامه طباطبایی: تهران.

- فرهنگ، امیرعلی، اثنی‌عشری، ابوالقاسم، ابوالحسنی هستیانی، اصغر، رنجبرفلاح، محمدرضا، بیابانی، جهانگیر (۱۳۹۵). درآمد غیر بهره‌ای، ریسک و سودآوری در صنعت بانکداری. *فصلنامه مدلسازی اقتصادی*. ۱۰ (۳(۳۵)): ۷۰-٤۷.
- محمودیان، یعقوب، ابوالحسنی هستیانی، اصغر، پورکاظمی، محمدحسین، ندری، کامران (۱۳۹٦). ارزیابی تجهیز منابع در بانکداری بدون ربای ایران و مدل‌سازی الگوی جایگزین (با استفاده از روش‌های بهینه‌یابی پویای تصادفی)، *فصلنامه مجلس و راهبرد*، ٢٤(٩١): ٤٠٣-٣٧١.
- محمودیان، یعقوب، ابوالحسنی هستیانی، اصغر، پورکاظمی، محمدحسین، ندری، کامران (۱۳۹٦). مقادیر بهینه کارمزد و سطح سپرده‌ها در بانکداری اسلامی، *فصلنامه اقتصاد اسلامی*، ۱۷(٦٦): ۱۸۹-۱۵۹.
- موسویان، سیدعباس، ابوالحسنی هستیانی، اصغر، حسنی مقدم، رفیع (۱۳۹۳). تعیین سهم بهینه عقدهای مبادله‌ای و مشارکتی در بانکداری بدون ربا.*فصلنامه اقتصاد اسلامی*. ١٤(٥٣): ٩٨-٨٥.
- Allen, E. (2007). *Modeling with Itô stochastic differential equations* (Vol. 22). Springer Science & Business Media.
- Bertsekas, D. P. (1995). *Dynamic programming and optimal control* (Vol. 1, No. 2). Belmont, MA: Athena scientific.
- Chakroun, F., &Abid, F. (2014). Dynamic asset allocation for bank under stochastic interest rates.
- Halim, B. A., Karim, H. A., Fahami, N. A., Mahad, N. F., Nordin, S. K. S., & Hassan, N. (2015). Bank financial statement management using a goal programming model. *Procedia-social and behavioral sciences*, *211*, 498-504.
- Hanson, F. B. (2007). Applied stochastic processes and control for Jump-diffusions: modeling, analysis, and computation (Vol. 13). Siam.
- Kamien, M. I., & Schwartz, N. L. (2012). Dynamic optimization: the calculus of variations and optimal control in economics and management. Courier Corporation.
- Mukuddem-Petersen, J., & Petersen, M. A. (2006). Bank management via stochastic optimal control. *Automatica*, *42*(8), 1395-1406.
- Mukuddem-Petersen, J., Petersen, M. A., Schoeman, I. M., & Tau, B. A. (2007). Maximizing banking profit on a random time interval. *Journal of Applied Mathematics*, *2007*.
- Merton, R. C. (1973). Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of economics and management science*, 141-183.
- Tuovila, H. (2016). Optimised Strategies for Dynamic Asset Allocation.
- Tsay, R. S. (2005). *Analysis of financial time series* (Vol. 543). John Wiley & Sons.