

## مقایسه عملکرد مدل‌های خطی و غیرخطی در توضیح سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل

محمد رضایی پور\*، مهدی ذوالفقاری\*\*، مجتبی یوسفی دیندارلو<sup>+</sup>، ابوالفضل نجارزاده<sup>x</sup>  
تاریخ دریافت: ۹۲/۰۲/۰۳ تاریخ پذیرش: ۹۲/۰۶/۲۰

### چکیده

در اکثر مطالعات تجربی انجام شده با استفاده از سیستم معادلات تقاضای تقریباً ایده‌آل، کشش‌های قیمتی و درآمدی حاصل از برآورد این معادلات به توصیه‌های سیاستی حساسی در حوزه اقتصاد خرد و کلان منجر شده است. این درحالی است که برآورد خطی سیستم یاد شده مورد شک و تردید می‌باشد. در این مقاله به بررسی عملکرد سیستم معادلات تقاضای تقریباً ایده‌آل خطی و غیرخطی پرداخته شده است. به این منظور با استفاده از تکنیک رگرسیون‌های به ظاهر نامرتب برای تخمین مدل به روش خطی و از شبکه عصبی پیشخور چند لایه برای تخمین مدل غیرخطی بهره گرفته شده است. نتایج حاصل از برآورد مدل‌ها مبین این واقعیت می‌باشند که مدل شبکه عصبی پیشخور دارای خطای کم‌تر و در نتیجه از عملکرد بالاتری در برآورد سیستم معادلات تقاضا برخوردار می‌باشد. نتایج مبین وجود تردیدهایی برای کاربرد شاخص قیمت استون جهت خطی کردن برآورد سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل می‌باشد. بنابراین برای برآورد معادلات سیستمی، استفاده از مدل غیرخطی تقریباً ایده‌آل با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی توصیه می‌شود.

طبقه‌بندی JEL: D12, C45

واژگان کلیدی: سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل، شبکه عصبی پیشخور چند لایه، رگرسیون به ظاهر نامرتب.

\* عضو هیئت علمی مؤسسه مطالعات و پژوهش‌های بازرگانی (نویسنده‌ی مسئول)، پست الکترونیکی:

Mrezaepoor59@gmail.com

\*\* دانشجوی دکتری اقتصاد دانشگاه تربیت مدرس، پست الکترونیکی:

mahdizolfaghari@gmail.com

<sup>+</sup> پژوهشگر دفتر مطالعات اقتصادی وزارت بازرگانی، پست الکترونیکی:

yousefi@yahoo.com

abolfazlnajarzadeh@gmail.com

<sup>x</sup> دانشجوی دکتری اقتصاد دانشگاه مفید، پست الکترونیکی:

## ۱. مقدمه

نگاهی تخصصی به علم اقتصاد خرد مبین این واقعیت است که اگر بخواهیم در ابعاد کیفی و کمی از مبانی رفتار مصرف‌کننده ابزاری برای تحلیل واقعیت‌های اقتصادی بسازیم، باید علاوه بر تشریح این مبانی با رویکرد کاربردی به آزمون این نظریه‌ها در محیط واقعی نیز بپردازیم. یکی از مهم‌ترین ابزارهای مطالعه رفتار مصرف‌کننده، برآورد معادلات تقاضای مصرف‌کننده می‌باشد. معادلات تقاضا در علم اقتصاد اهمیت بسزایی داشته و در بسیاری از تجزیه و تحلیل‌های اقتصاد مورد استفاده قرار می‌گیرد. اما برای مدت‌ها امکان معادلات تقاضا وجود نداشت تا این که برخی از محققان مانند استون<sup>۱</sup> - گیری<sup>۱</sup> توانستند با اعمال یک‌سری از محدودیت‌ها بر معادلات تقاضا، برای گروه‌های مختلف کالایی تابع تقاضا برآورد نمایند. برای معادلات تقاضای منفرد این محدودیت‌ها شامل، قید تقارن، قید همگنی، قید منفی‌بودن و قید بودجه می‌باشد اما برای سیستم معادلات تقاضا این محدودیت‌ها گسترده‌تر و بیش‌تر، در فرم تابع مطلوبیت وجود دارند.

اگر بخواهیم نقطه‌ی آغازی برای مطالعات سیستم‌های معادلات تقاضا در نظر بگیریم می‌توانیم از مطالعه استون<sup>۲</sup> در سال ۱۹۵۴ نام ببریم. از سال ۱۹۵۴ که استون مدل سیستم هزینه خطی را ابداع نمود تا سال ۱۹۸۰ که مدل تقاضای تقریباً ایده‌آل توسط دیتون و مولبایر<sup>۳</sup> ارائه شد سیستم‌های متنوعی در این رابطه ارائه شده است. اما اکثر این سیستم‌ها مانند سیستم مخارج خطی<sup>۴</sup>، سیستم مخارج خطی شکل‌گیری عادت، سیستم رتردام<sup>۵</sup> و سیستم ترانسلوگ<sup>۶</sup> با استفاده از یک فرم تبعی خاص و معین، توابع تقاضا را استخراج می‌نمایند. لیکن مقید کردن ترجیحات همه مصرف‌کنندگان به یک فرم تبعی معین غیرمنطقی است. در سیستم معادلات تقاضای تقریباً ایده‌آل، رجحان‌های افراد از یک فرم تبعی مشخص پیروی نمی‌کند بلکه ترجیحات مصرف‌کننده در قالب توابع لگاریتمی تعمیم یافته و مستقل از قیمت به نام پیگ

---

1. Stone, Geary

2. Stone, J.R

3. Deaton, A; Muellbauer.

4. Linear Expenditure System

5. Rotterdam System

6. Translog System

لاگ تعیین می‌شوند.<sup>۱</sup> لذا سیستم معادلات استخراجی از این توابع در فرم کلی خود و با توجه به شاخص قیمت واقعی، یک مدل غیرخطی<sup>۲</sup> می‌باشند. اما از آنجا که برای برآورد آن به مشاهدات زیادی احتیاج است خطی کردن این مدل و برآورد آن به صورت خطی اجتناب‌ناپذیر است. این مسأله باعث شده است که معادلات تقاضای برآورد شده و در نهایت خروجی‌های حاصل از معادلات تقاضا (کشش‌های تقاضا) مورد انتقاد باشند.

این درحالی است که در سال‌های اخیر روش‌های مختلفی به ویژه مدل‌های غیرخطی برای برآورد و پیش‌بینی متغیرهای اقتصادی معرفی شده است. یکی از مدل‌های غیرخطی که توانایی بالقوه خوبی برای مدل‌سازی و پیش‌بینی متغیرهای اقتصادی از خود نشان داده است، شبکه‌های عصبی مصنوعی<sup>۳</sup> می‌باشد. شبکه‌های عصبی تکنیک‌هایی هستند که به تقلید سیستم عصبی بیولوژیکی انسان می‌پردازند که تاکنون در بسیاری از زمینه‌ها نظیر تجارت، صنعت و علوم تجربی مورد استفاده قرار گرفته و نتایج بسیار خوبی به دست آورده‌اند. مدل‌های شبکه عصبی نشان داده‌اند که در پیش‌بینی خارج از نمونه، توانایی بهتری نسبت به مدل‌های آماری متعارف دارند.

بنابراین اهمیت بررسی میزان کارایی روش‌های خطی و غیرخطی در تحلیل رفتار عقلایی مصرف‌کنندگان (برآورد معادلات تقاضا)، در مقاله‌ی حاضر براساس اهمیت کالاها و خدمات مختلف در سبد مصرفی خانوارهای شهری ایران ۸ گروه کالایی انتخاب شده است<sup>۴</sup> و ضمن برآورد سیستم معادلات تقاضای تقریباً ایده‌آل این کالاها به روش خطی از مدل‌های شبکه عصبی نیز برای برآورد این معادلات در فضای غیرخطی استفاده شده است.

در این مقاله در بخش دوم، پیشینه تحقیق ارائه می‌شود. در بخش سوم مبانی نظری مدل‌ها معرفی می‌گردد و در بخش چهارم پس از برآورد و مدل‌سازی، به ارزشیابی هر یک از مدل‌ها پرداخته می‌شود. در پایان نتیجه‌گیری ارائه می‌گردد.

---

1. Price-Independent Generalized Logarithmic Function

2. Nonlinear Almost Ideal Demand System

3. ANN: Artificial Neural Networks

۴- ۱. خوراکی‌ها ۲. پوشاک و کفش ۳. مسکن ۴. لوازم و اثاثه منزل ۵. حمل و نقل ۶. بهداشت ۷. تفریح و سرگرمی ۸. سایر کالاها و خدمات.

## ۲. پیشینه تحقیق

در زمینه برآورد معادلات تقاضای تقریباً ایده‌آل کارهای گسترده‌ای انجام شده است. همان طوری که بیوزی<sup>۱</sup> اشاره می‌کند طی ۱۲ سال (۱۹۹۱-۱۹۸۰) از الگوی AIDS به تعداد ۲۳۷ مرتبه استفاده شده است و از بررسی ۲۰۷ مقاله نیز معلوم شده که در ۸۹ کار تجربی از این الگو در تحلیل تقاضا استفاده شده است. طی دوره ۱۹۹۱-۲۰۰۹ نیز بر این مطالعات (خصوصاً از بعد نظری) افزوده شده است. در ایران نیز در اکثر کارهای تجربی، این سیستم به دلیل نتایج قابل اطمینان به سیستم‌های دیگر (شکل‌گیری عادت، رتردام، ترانسلوگ و...) ترجیح داده شده است.

رضایی‌پور (۱۳۸۷) با استفاده از سیستم معادلات تقاضای تقریباً ایده‌آل و سیستم شکل‌گیری عادت به بررسی حساسیت‌های درآمدی و قیمتی مصرف و فروش خانوارهای شهری ایران طی دوره‌ی زمانی ۱۳۸۵-۱۳۵۳ پرداخته است. براساس نتایج حاصل از بکارگیری مدل تقاضای ایده‌آل و براساس سلیقه خانوارهای شهری ایران، کالاهای دخانیات، خدمات شخصی، وسایل آرایشی و زینتی، حمل و نقل، ارتباطات و پوشاک و کفش کالاهای لوکس محسوب می‌شوند و نوشیدنی‌ها، آب، سوخت و روشنایی، لوازم و اثاثه منزل و چای، قهوه و کاکائو کالاها و خدمات ضروری هستند و از نظر حساسیت قیمتی کلیه گروه‌های کالاها به جز گروه‌های حمل و نقل، آب و سوخت روشنایی و گروه پوشاک و کفش، کم کشش محسوب می‌شوند.

تامسون<sup>۲</sup> در سال ۲۰۰۴ در مقاله‌ای با عنوان دقت در استخراج کشش‌های تقاضای تقریباً ایده‌آل به بررسی این مسأله می‌پردازد که آیا اعمال محدودیت‌ها در معادلات تقاضای گروهی مناسب است؟ وی با برآورد معادلات تقاضای خوراک در ژاپن با استفاده از مدل مقید ایده‌آل در نهایت به این نتیجه می‌رسد که اعمال قید تقارن کشش‌های محاسبه شده را غیرواقعی می‌نماید.

---

1. Buse, 1994  
2. Wyatt Thompson

وداد<sup>۱</sup> نیز در سال ۲۰۰۶ با استفاده از مدل تقاضای تقریباً ایده‌آل حساسیت‌های قیمتی و درآمدی مخارج گوشتی مردم بنگلادش را برآورد نمود. وی در این مطالعه از داده‌های مربوط به مخارج خانوارهای شهری بنگلادش بر روی گوشت گاو، گوسفند و جوجه در فاصله زمانی ۲۰۰۲-۱۹۸۸ استفاده کرده است. در نهایت براساس کشش‌های محاسبه شده، انواع گوشت‌ها از نظر قیمتی بی‌کشش و هم‌چنین روابط جانشینی بین این گوشت‌ها تأیید شده است. کاربرد شبکه‌های عصبی در مباحث اقتصادی از اواخر دهه‌ی نود با مطالعه وایت<sup>۲</sup> (۱۹۹۸) در بازارهای مالی و پیش‌بینی قیمت سهام آغاز شد. موفقیت شبکه‌های عصبی در مطالعات مربوط به حوزه‌های مالی، نظر متخصصان اقتصاد کلان و اقتصادسنجی را به خود جلب کرد و مطالعات متعددی در زمینه استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی در پیش‌بینی متغیرهای مختلف اقتصاد صورت گرفت.

به طور عمده، کاربرد شبکه‌های عصبی در مطالعات داخلی، مربوط به پیش‌بینی داده‌های مالی بوده است. آذر (۱۳۸۵) با ترکیب نظریه استدلال فازی و شبکه‌های عصبی مصنوعی به پیش‌بینی قیمت سهام در بورس اوراق بهادار پرداختند. در این تحقیق مدل شبکه عصبی فازی با روش خود توضیح مورد مقایسه قرار گرفته که نتایج آن بیانگر برتری شبکه‌های عصبی فازی بر مدل‌های خطی بود.

به طور کلی مطالعات صورت گرفته در این زمینه (هم‌چون طلوعی اشلقی و حق دوست (۱۳۸۶)، متوسل، طالب کاشفی (۱۳۸۵) کارایی شبکه عصبی را مثبت ارزیابی کرده‌اند. هم‌چنین مطالعه کمیجانی و سعادت‌فر (۱۳۸۵) در پیش‌بینی ورشکستگی اقتصادی شرکت‌های بازار بورس با استفاده از شبکه‌های عصبی قابل توجه می‌باشد. در زمینه بکارگیری شبکه‌های عصبی مصنوعی در پیش‌بینی متغیرهای کلان نیز می‌توان به مطالعات قدیمی، مشیری (۱۳۸۱) در پیش‌بینی رشد اقتصادی در ایران، مشیری (۱۳۸۰) در پیش‌بینی تورم در ایران، مرزبان، اکبریان، جواهری (۱۳۸۴) در پیش‌بینی نرخ ارز اشاره نمود.

---

1. Abdul Wadud  
2. White

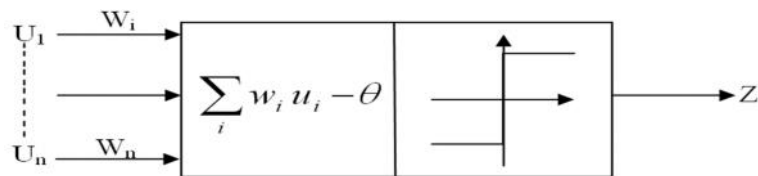
### ۳. مبانی نظری

#### ۱.۳. شبکه‌های عصبی مصنوعی

یک شبکه‌ی عصبی مصنوعی مجموعه‌ای از نرون‌های به هم متصل در لایه‌های مختلف هستند که اطلاعاتی را برای یکدیگر ارسال می‌کنند. یک پردازش زمانی آغاز می‌شود که محرکی از محیط دریافت شود. رسپتورها اطلاعات را به پالس‌های الکترونیکی تبدیل می‌کنند و آنها را به شبکه عصبی انتقال می‌دهند. بعد از ارزیابی داخل شبکه، اعمال لازم تصمیم‌گیری می‌شود و پالس‌ها به افکتورها فرستاده می‌شوند.

نرون‌های مصنوعی واحدهای ساده پردازش اطلاعات هستند. بنابراین تعداد زیادی از این نرون‌ها یک شبکه عصبی را می‌سازند. در شکل (۱) تصویری از یک نرون مصنوعی نشان داده شده است.

شکل ۱. نرون مصنوعی با تابع آستانه



منبع: پیکتن، فلیپ (۱۳۸۳)

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، ارتباطها (سیناپس‌ها)  $w_i$ ، سیگنال‌ها (محرک‌ها)  $U_i$  را به نرون انتقال می‌دهند.  $w_i$  می‌تواند به عنوان یک وزن که میزان اهمیت ورودی  $U_i$  را نمایش می‌دهد، تفسیر شود. در داخل نرون مجموعه ورودی‌های وزن‌دار  $w_i u_i$  در نظر گرفته می‌شود. این مجموع  $u$ ، بزرگتر از حد آستانه خارجی  $\theta$  در نظر گرفته شده و نرون خروجی  $Z$  را تولید می‌کند.  $Z$  یک مقدار پیوسته است که وابسته به تابع فعالیت می‌باشد. در اکثر موارد، انتخاب یک تابع فعالیت خروجی، نرون را به برد  $(0, 1)$  یا  $(-1, 1)$  محدود می‌سازد. ازدید ریاضی تساوی‌های زیر یک شرح جامع از نرون‌ها را می‌دهد:

$$z = \psi(y) \text{ \& } y = \sum_{i=1}^n w_i u_i - \theta \quad (1)$$

که در آن  $y$  ورودی خالص،  $\theta$  حد آستانه خارجی و تابع فعالیت است. به طور کلی نقش نرون‌ها در شبکه‌ی عصبی پردازش اطلاعات است و این امر در شبکه عصبی مصنوعی به وسیله یک پردازشگر ریاضی که همان تابع فعال‌سازی است انجام می‌گیرد. تابع فعال‌سازی می‌تواند خطی و یا غیرخطی باشد که براساس نیاز خاص مسأله که قرار است به وسیله شبکه عصبی حل شود از سوی طراح انتخاب می‌شود. برای بهره‌برداری واقعی از توانایی شبکه عصبی باید از توابع فعال‌سازی غیرخطی استفاده شود. این مسأله اجازه می‌دهد که شبکه الگوهای غیرخطی مناسبی از مجموعه داده‌های پیچیده تولید کند. رایج‌ترین تابع فعال‌سازی مورد استفاده در ادبیات شبکه عصبی، تابع توزیع تجمعی لجستیک یا تابع سیگموئید است:

$$\{ (x) = \frac{1}{1 + e^{-a(x)}} \quad (2)$$

این تابع پیوسته و مشتق‌پذیر است. مقدار تابع لجستیک در محدوده (۰,۱) قرار دارد، به گونه‌ای که وقتی تابع نزدیک به یک می‌شود نرون نسبت به علایم دریافتی بسیار فعال عمل می‌کند و وقتی تابع به صفر نزدیک می‌شود نرون به ندرت به علایم دریافتی واکنش نشان می‌دهد.

اهمیت طراحی شبکه (تنظیم بین نرون‌ها و سیناپس‌ها) غیرقابل انکار است. یک ارتباط محکم بین الگوریتم یادگیری و ساختار شبکه وجود دارد که طراحی را در مرکزیت قرار می‌دهد.

دو نوع متفاوت از شبکه‌های عصبی تشخیص داده شده است:

۱) شبکه عصبی پیشخور<sup>۱</sup>

۲) شبکه عصبی پسخور<sup>۲</sup>

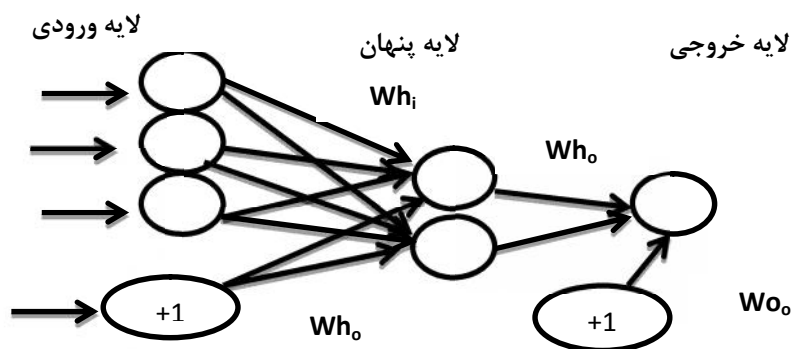
با توجه به اینکه در مقاله‌ی حاضر، از شبکه عصبی چند لایه پیشخور<sup>۳</sup> استفاده شده به توضیح در مورد آن اکتفا می‌کنیم.

---

1.Feed Forward  
2.Recurrent  
3.Multilayered Feed Forward Neural Network

یک شبکه عصبی، از لایه‌های مختلفی تشکیل شده است. در یک شبکه تک لایه‌ای یک لایه ورودی از منبع نرون‌ها و یک لایه خروجی از نرون‌ها وجود دارد. یک شبکه عصبی چند لایه، یک یا چند لایه پنهانی از نرون‌ها را نیز علاوه بر آن دارد. شکل (۲) نمایشی از شبکه عصبی استاندارد پیشخور را نشان می‌دهد. لایه‌های مخفی اضافی توانایی شبکه را بالا می‌برند تا آمار بهتری از داده‌های ورودی استخراج کنیم. این موضوع یک کیفیت مهم است، به ویژه آن که یک لایه بزرگ ورودی وجود داشته باشد. اگر هر نرون در هر لایه شبکه به هر نرون دیگر در لایه همسایه جلویی متصل شده باشد. یک شبکه دارای اتصال کامل است.

شکل ۲. نمایش شبکه عصبی استاندارد پیشخور



منبع: پیکتن، فلیپ (۱۳۸۳)

در ادبیات شبکه عصبی به جای اصطلاح تخمین ضرایب از اصطلاح یادگیری یا آموزش برای پیدا کردن ارزش وزن‌های شبکه استفاده می‌شود. دو نوع یادگیری در این ادبیات، مورد بحث قرار می‌گیرد: یادگیری تحت نظارت<sup>۱</sup> و یادگیری بدون نظارت<sup>۲</sup>، یادگیری با نظارت که به یادگیری با معلم نیز معروف است، ارزش‌های متغیر هدف که شبکه باید براساس ارزش‌های متغیرهای ورودی از طریق محاسباتش، آنها را دوباره تولید کند مشخص می‌باشد، در نتیجه می‌توان خطای پیش‌بینی برای هر مشاهده را به وسیله محاسبه‌ی اختلاف خروجی شبکه با ارزش‌های متغیرهای هدف اندازه‌گیری کرد و سپس با استفاده از الگوریتم‌های مختلف تکرار

1. Supervised Learning
2. Unsupervised Learning



که مشهورترین آنها الگوریتم پس انتشار خطا<sup>۱</sup> است. وزن‌های شبکه تعدیل می‌شود (اصطلاحاً شبکه آموزش داده می‌شود) به گونه‌ای که خطای پیش‌بینی داخل نمونه که به وسیله مجموع مربعات خطا یا میانگین خطای مطلق اندازه‌گیری می‌شود، حداقل شود. وقتی که وزن‌ها با هر تکرار تغییر می‌کند، اصطلاحاً گفته می‌شود که شبکه در حال یادگیری است.

مهم‌ترین مزیت شبکه‌های عصبی، توانایی در یادگیری از داده‌های ورودی است، بنابراین پتانسیل عمومیت بخشیدن شبکه‌های عصبی به وجود می‌آید. به عبارت دیگر یک خروجی قابل قبول برای داده‌های ورودی دیده نشده‌ی قبلی، ایجاد می‌کند. اهمیت این موضوع در پیش‌بینی بسیار زیاد است. ارزش دیگر این شبکه، طبیعت غیرخطی بودن آن است. به این ترتیب تعداد زیادی از مسایل قابلیت حل پیدا می‌کنند. انعطاف‌پذیری و توانایی عمومیت بخشیدن بدون طرح فرضی لازم از مدل، از جمله مزایای دیگر آن است. شبکه عصبی پیشخور با یک لایه پنهان، تابع فعال‌ساز سیگموئید در لایه پنهان، تابع فعال‌ساز خطی در لایه خروجی و تعداد نرون‌های کافی در لایه پنهان، قادرند هر تابعی را با دقت دلخواه تقریب بزنند (کان و وات)<sup>۲</sup>. به همین علت به این نوع شبکه عصبی با ساختار فوق، تقریب زنده جامع گفته می‌شود.<sup>۳</sup>

### ۲.۳. مدل تابع تقاضای تقریباً ایده‌آل

سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل را دیتون و مولبایر معرفی و سپس برای تحلیل رفتار مصرف‌کننده از آن استفاده نموده‌اند. این مطالعه پایه تمامی مطالعات در دهه‌های ۱۹۸۰ به بعد شد و در زمینه‌های متعددی از جمله نظریه تقاضا (کالاها و خدمات)، تجارت بین‌الملل و توزیع درآمد مورد استفاده قرار گرفت. در این سیستم رجحان‌های افراد از یک فرم تبعی مشخص پیروی نمی‌کند بلکه ترجیحات مصرف‌کننده در قالب توابع لگاریتمی تعمیم یافته و مستقل از قیمت پیگ لاگ تعیین می‌شوند.

این تابع عبارت است از:

$$\text{Ln}C(u, p) = (1 - u)\text{Ln}a(p) + u\text{Ln}b(p) \quad (۳)$$

---

1. Error Back Propagation  
2. Kuan & White 1994  
3. Universal Approximator

در رابطه بالا  $p$  قیمت و  $u$  شاخص مطلوبیت است که بین صفر و یک می‌باشد ( $0 \leq u \leq 1$ ). صفر وضعیت زندگی در حداقل معیشت (فقرا) و یک زندگی ثروتمندانه را بیان می‌کند (رفاه).  $a(p)$  هزینه معیشت و  $b(p)$  نشان‌دهنده هزینه رفاه است. بنابر قید همگنی،  $a(p)$  و  $b(p)$  که توابعی از قیمت‌ها می‌باشند باید به شکلی تعریف شوند که حاصل  $C(u,p)$  که خود یک ترکیب خطی از  $a(p)$  و  $b(p)$  می‌باشد، یک تابع همگن از درجه یک شود. بنابراین  $a(p)$  و  $b(p)$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\text{Lna}(p) = \alpha_0 + \sum_i^n \alpha_i \text{Lnp}_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \text{Lnp}_i \text{Lnp}_j \quad (4)$$

$$\text{Lnb}(p) = \text{Lna}(p) + \beta_0 \prod_{i=1}^n p_i \beta_i \quad (5)$$

با جایگزینی این توابع قیمتی در تابع هزینه مصرف‌کننده (۳)، تابع هزینه AIDS به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\text{LnC}(u, p) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \text{Lnp}_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \text{Lnp}_i \text{Lnp}_j + u \beta_0 \prod_{i=1}^n p_i \beta_i \quad (6)$$

که در آن  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_{ij}$  پارامتر می‌باشند. حال برای این که  $C(u,p)$  نسبت به قیمت‌ها همگن خطی باشد، می‌بایست:

$$\sum \alpha_i = 1 \quad (7)$$

$$\sum \gamma_{ii} = \sum \gamma_{ij} = \sum \beta_i = 0$$

حال می‌توان از قضیه لم شفارد<sup>۱</sup>، برای استخراج تقاضای کالاهای مختلف استفاده نمود. پس از  $C(u,p)$  نسبت به  $p_i$  مشتق می‌گیریم<sup>۲</sup>:

$$\left( \frac{\partial C(u, p)}{\partial p_i} = q_i \right) \quad (8)$$

اگر طرفین را در  $\frac{p_i}{C}$  ضرب کنیم داریم:

$$1. \frac{\partial C(u, p)}{\partial p_i} = q_i$$

<sup>۲</sup> جهت اثبات این رابطه رجوع کنید به:

W.E. Diewert "Application of the Shephard Duality Theorem" in Michael D. Intriligator and David A. Kendrick, eds, *Frontiers of Quantitative Economics*, vol 2, Amsterdam 1974, ch.3.

$$W_i = \frac{p_i x_i}{C} = \frac{\partial C(u, p)}{\partial p_i} \cdot \frac{p_i}{C} = \frac{\partial \ln C}{\partial \ln p_i} \quad (9)$$

بنابراین سهم مخارج برابر با مشتق جزئی لگاریتم مخارج نسبت به لگاریتم قیمت کالای  $i$ ام می‌باشد. با گرفتن مشتق جزئی از رابطه (۴) نسبت به  $\ln p_i$  داریم:

$$W_i = \frac{\partial \ln C}{\partial \ln p_i} = \alpha_0 + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln p_j + \beta_i u \beta_0 \prod_{i=1}^n p_i^{\beta_i} \quad (10)$$

اما از آنجا که برای مصرف‌کننده‌ای که به دنبال حداکثر مطلوبیت می‌باشد، درآمد کل ( $M$ ) با  $C(u, p)$  برابر است. بنابراین می‌توان رابطه (۴) را به صورت تابع مطلوبیت غیرمستقیم نوشت. حال اگر این مطلوبیت را که تابعی از قیمت و درآمد می‌باشد در رابطه (۱۰) قرار دهیم آنگاه سهم مخارج ( $W_i$ ) به صورت تابعی از قیمت‌ها و درآمد به دست می‌آید:

$$W_i = \alpha_0 + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln p_j + \beta_i \ln \left( \frac{M}{p} \right), i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

این رابطه را سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل می‌نامند. در این تابع ( $p$ ) شاخص قیمت می‌باشد که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\ln p = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln p_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln p_i \cdot \ln p_j \quad (12)$$

در رابطه (۱۱) روابط زیر برقرار می‌باشد:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1, \quad \sum_{i=1}^n \gamma_{ij} = 0, \quad \sum_{i=1}^n \beta_i = 0, \quad \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} = 0, \quad \gamma_{ij} = \gamma_{ji} \quad (13)$$

با قرار دادن شاخص قیمت (۱۲) در الگوی (۱۳) سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل غیرخطی به دست می‌آید.<sup>۱</sup> از این سیستم به علت غیرخطی بودن در مطالعات تجربی استفاده نمی‌شود، زیرا برآورد پارامترهای این مدل نیاز به آمار جامع و کاملی دارد. دیتون و مولبایر برای رفع این مشکل شاخصی را معرفی نمودند که از آن به عنوان شاخص استون<sup>۲</sup> یاد می‌شود:

$$\ln p = \sum_{i=1}^n w_i \ln p_i \quad (14)$$

1. Nonlinear Almost Ideal Demand System

2. Stone's Index

با استفاده از این شاخص، سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل خطی به دست می‌آید. سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل در فرم کلی خود و با توجه به شاخص قیمت واقعی، یک مدل غیرخطی می‌باشد. اما از آنجا که برای برآورد آن به مشاهدات زیادی احتیاج است؛ در بسیاری از مطالعات صورت گرفته محقق مجبور به خطی کردن این مدل و برآورد آن به صورت خطی شده است.<sup>۱</sup>

#### ۴. برآورد و مدل‌سازی

##### ۱.۴. بررسی داده‌ها

اطلاعات مربوط به هزینه‌ی خانوارهای شهرنشین به طور سالیانه توسط مرکز آمار ایران جمع‌آوری و منتشر می‌شود. شاخص قیمت را نیز بانک مرکزی هر ساله برای گروه‌های مختلف کالا و خدمات منتشر می‌نماید. با استفاده از این آمارها، شاخص قیمتی، مخارج خانوارهای شهری و سهم هر یک از گروه‌های کالایی در بودجه خانوار برای ۸ زیر گروه کالایی استخراج شده است:<sup>۲</sup> ۱- خوراکی‌ها ۲- پوشاک و کفش ۳- مسکن ۴- لوازم و اثاثه منزل ۵- حمل و نقل ۶- بهداشت ۷- تفریح و سرگرمی ۸- سایر کالاها<sup>۳</sup>

##### ۲.۴. برآورد مدل به روش خطی

جهت تخمین معادلات تقاضا براساس مبانی نظری مربوط به مدل AIDS متغیرهای جدول (۱) استخراج تعریف شده‌اند.

در مطالعه‌ی حاضر مانند مطالعات قبلی (برآورد سیستمی معادلات تقاضا)<sup>۴</sup> به جای برآورد تک تک معادلات به روش حداقل مربعات معمولی با فرض وجود ارتباط بین عوامل اختلال در معادلات تقاضا، فروض کلاسیک نقض شده و به همین دلیل معادلات تقاضا برای ۷ گروه اصلی با اعمال محدودیت بودجه به روش خطی رگرسیون‌های ظاهراً غیر مرتبط (SUR) برآورد شدند. تخمین‌های مدل AIDS در فاصله سال‌های ۱۳۸۴-۱۳۶۲ دارای جواب‌های قابل اطمینانی (از نظر آماری) می‌باشند.

۱. رضایی پور (۱۳۸۹)، شکیبایی (۱۳۸۵)، فضایی (۱۳۸۰)، محمدزاده (۱۳۸۴)، دیتون و مولبایر (۱۹۸۰).

۲. این کالاها براساس وزن و اهمیت در سبد مصرفی خانوارهای ایرانی انتخاب شده‌اند.

۳. با توجه به محدودیت بودجه‌ای اعمال شده در توابع تقاضا به ناچار می‌بایست گروهی را به نام سایر کالاها و خدمات در نظر گرفت.

۴. رضایی پور (۱۳۸۷)، فضایی (۱۳۸۰)، دیتون و مولبایر (۱۹۸۰) و....

جدول ۱. متغیرهای مورد استفاده در مدل تقاضای تقریباً ایده‌آل

WKH: سهم مخارج خوراکی‌ها	LPKH: لگاریتم شاخص قیمت مصرفی خوراکی‌ها
WPO: سهم مخارج پوشاک و کفش	LPPO: لگاریتم شاخص قیمت مصرفی پوشاک و کفش
WMA: سهم مخارج مسکن	LPMA: لگاریتم شاخص قیمت مصرفی مخارج مسکن
WLA: سهم مخارج لوازم و اثاثیه منزل	LPPLA: لگاریتم شاخص قیمت مصرفی لوازم و اثاثیه منزل
WHA: سهم مخارج حمل و نقل	LPCHA: لگاریتم شاخص قیمت مصرفی حمل و نقل
WBEH: سهم مخارج بهداشت	LPBEH: لگاریتم شاخص قیمت مصرفی بهداشت
WTA: سهم مخارج تفریح و سرگرمی	LPATA: لگاریتم شاخص قیمت تفریح و سرگرمی
WSA: سهم مخارج سایر کالاها و خدمات از مجموع سهم ۷ گروه بالا و کسر آن از عدد یک بدست آمده	
LPSA: شاخص قیمت سایر کالاها نیز از طریق میانگین وزنی شاخص قیمت گروه کالاهایی که در مطالعه فوق قرار ندارند.	
MP: هزینه کل تعدیل شده با استفاده از شاخص قیمتی استون <sup>۱</sup>	

### ۳.۴. برآورد مدل به روش شبکه عصبی

در برآورد مدل به روش غیرخطی، ابتدا کارایی تبدیل موجک در بالا بردن توانایی شبکه عصبی بررسی شده است، که نتایج نشان دادند ساختار شبکه عصبی در دو مدل شبکه عصبی و شبکه عصبی همراه با تبدیل موجک، یکسان می‌باشد. شبکه عصبی از نوع پیشخور با یک لایه پنهان، حداکثر ۲۰ نرون در لایه پنهان و ۹ نرون در لایه ورودی می‌باشد که شامل روزهای هفته، متوسط دمای هوا، ایام تعطیلات و روزهای خاص (مانند ماه رمضان) می‌باشد.

همین‌طور برای لایه پنهان از تابع سیگموئید (تانژانت هایپربولیک) و برای لایه خروجی از تابع خطی استفاده شده است. برای بررسی عملکرد بهتر مدل شبکه‌ی عصبی و مدل شبکه‌ی عصبی تبدیل موجک، از نسبت‌های آموزش و آزمایش ۱۰-۹۰ و ۵-۹۵ درصد و نرخ یادگیری ۱٪ و ۲٪ استفاده شده و هرکدام که عملکرد بهتری داشت به عنوان نسبت و نرخ یادگیری نهایی انتخاب می‌شود. معیار عملکرد شبکه،  $MSE^A$  می‌باشد، به این صورت که هر

۱. به دلیل این که اطلاعات درآمدی جمع‌آوری شده از افراد قابل اطمینان نیستند، معمولاً از اطلاعات جانشین (Proxy) آن یعنی اطلاعات هزینه‌ای استفاده می‌شود.

شبکه‌ای که کم‌ترین مقدار MSE را داشته باشد، به عنوان مدل بهینه انتخاب گردیده و از روی آن تعداد لایه‌ها و نرون‌های شبکه تعیین می‌گردد.

انواع مختلفی از شبکه‌های عصبی مصنوعی با توجه به اهداف تحقیق آزمون و درنهایت از شبکه عصبی چند لایه پیشخور<sup>۱</sup> استفاده شده است. جدول (۲) چگونگی طراحی و مدل‌سازی تقاضای تقریباً ایده‌آل را در شبکه عصبی نشان می‌دهد.

جدول ۲. طراحی و مدل‌سازی تقاضای تقریباً ایده‌آل در شبکه عصبی

لونیگ- مارکوات	الگوریتم آموزش شبکه‌های عصبی	پیشخور چندلایه‌ای	نوع شبکه عصبی
early stopping	متد توقف فرآیند آموزش	سیگموئید	تابع فعال‌سازی
۱۳۶۰-۱۳۸۱	دوره آموزش و آزمایش	۸	تعداد نرون ورودی
۰/۰۵ به ۰/۹۵	نسبت تعداد داده‌های آموزش و آزمایش	۱	تعداد نرون خروجی
۰/۰۲	نرخ یادگیری	MSE	معیار تعیین تعداد نرون‌های مخفی
۱۳۸۲-۱۳۸۷	دوره زمانی پیش‌بینی	۱	تعداد لایه پنهان

منبع: نتایج تحقیق

۵. ارزیابی مدل‌های خطی و غیرخطی (شبکه‌های عصبی مصنوعی) تقاضای تقریباً ایده‌آل  
به منظور مقایسه قدرت عملکرد مدل خطی و غیرخطی (شبکه عصبی مصنوعی) تقاضای تقریباً ایده‌آل، از معیارهای مربع مجذور میانگین خطا (RMSE)، میانگین درصد قدرمطلق خطا (MAPE) استفاده شده است. این معیارها براساس مقیاس داده‌های واقعی دوره (۱۳۸۲-۱۳۸۷) به دست آمده است. جدول (۳) قدرت عملکرد دو روش را براساس معیارهای فوق نشان می‌دهد.

با توجه به نتایج جدول (۳) هر دو معیار RMSE و MAPE برای شش گروه کالایی خوراکی‌ها، مسکن لوازم و اثاثه منزل، حمل و نقل، بهداشت و تفریح و سرگرمی نشان‌دهنده برتری نتایج برآورد غیرخطی مدل AIDS با استفاده از شبکه عصبی پیشخور نسبت به روش خطی برآورد مدل AIDS می‌باشد. برای گروه کالایی پوشاک و کفش مدل خطی با اختلاف

مقایسه عملکرد مدل‌های خطی و غیرخطی در توضیح سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل ————— ۹۷

کمی براساس هر دو معیار RMSE و MAPE نسبت به مدل شبکه‌ی عصبی برتری دارد. در مجموع براساس نتایج به دست آمده، مدل شبکه عصبی پیشخور دارای خطای کم‌تر با قدرت توضیح دهندگی بالا و در نتیجه از عملکرد و دقت نسبی بالاتری در برآورد و پیش‌بینی سیستم معادلات تقاضا برخوردار می‌باشد.

جدول ۳. مقایسه نتایج برآورد مدل به روش غیرخطی و خطی براساس معیارها برای دوره (۱۳۸۷-۱۳۸۲)

متغیر	روش	RMSE	MAPE	متغیر	روش	RMSE	MAPE
WBEH	شبکه عصبی	۰/۰۰۱۰	۱/۸۱۳۴	WMA	شبکه عصبی	۰/۰۰۹۳	۲/۳۴۲۶
	خطی	۰/۰۰۲۷	۳/۸۲۰۷		خطی	۰/۰۱۰۴	۳/۴۷۱۳
WHA	شبکه عصبی	۰/۰۰۱۳	۱/۴۳۱۲	WPO	شبکه عصبی	۰/۰۰۱۰	۱/۷۵۳۴
	خطی	۰/۰۰۳۶	۲/۷۹۵۳		خطی	۰/۰۰۰۹	۱/۷۰۷۶
WKH	شبکه عصبی	۰/۰۰۵۱	۲/۹۵۳۴	WTA	شبکه عصبی	۰/۰۰۰۸	۲/۴۵۳۲
	خطی	۰/۰۱۰۷	۴/۴۷۴۶۸		خطی	۰/۰۰۱۳	۳/۷۱۰۸
WLA	شبکه عصبی	۰/۰۰۰۷	۱/۰۹۲۳				
	خطی	۰/۰۰۱۵	۲/۶۶۴۹				

ماخذ: یافته‌های تحقیق

## ۶. خلاصه و نتیجه‌گیری

سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل در فرم کلی خود و با توجه به شاخص قیمت واقعی، یک مدل غیرخطی می‌باشد. اما از آنجا که برای برآورد آن به مشاهدات زیادی احتیاج است؛ در بسیاری از مطالعات صورت گرفته محقق مجبور به خطی کردن این مدل با استفاده از شاخص قیمت استون و برآورد آن به صورت خطی شده است. استفاده از این شاخص قیمت، منجر به ایجاد نتایج متفاوتی در برآورد معادلات تقاضا می‌شود، بنابراین موضوع، در این تحقیق به بررسی عملکرد سیستم معادلات تقاضای تقریباً ایده‌آل خطی و غیرخطی پرداخته شده است. به این منظور با استفاده از تکنیک رگرسیون‌های به ظاهر نامرتبط (SUR) برای تخمین مدل به روش

خطی و از شبکه عصبی پیشخور برای تخمین مدل غیرخطی بهره گرفته شده است. نتایج حاصل از برآورد مدل‌ها مبین این واقعیت می‌باشند که مدل شبکه عصبی پیشخور دارای خطای کمتر و در نتیجه از عملکرد بالاتری در برآورد سیستم معادلات تقاضا برخوردار می‌باشد. این نتایج به طور حتم استفاده از شاخص استون جهت خطی کردن برآورد سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل را زیر سؤال می‌برد. لذا برای برآورد معادلات سیستمی، استفاده از مدل غیرخطی AIDS با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی توصیه می‌شود.

### منابع

- آذر، عادل، افسر، امیر (۱۳۸۵). مدل‌سازی پیش‌بینی قیمت سهام با رویکرد شبکه‌های عصبی فازی، پژوهش‌نامه بازرگانی، (۴۰): ۳۳.
- بیتکن، فیلیپ (۱۳۸۳). شبکه‌های عصبی (اصول و کارکردها)، مهدی غضنفری و جمال ارکات، تهران دانشگاه علم و صنعت، چاپ اول.
- کمیجانی، اکبر، سعادت‌فر، جواد (۱۳۸۵). کاربرد مدل‌های شبکه عصبی در پیش‌بینی ورشکستگی اقتصادی شرکت‌های بازار بورس. *جستارهای اقتصادی*، ۳(۶): ۱۱-۴۴.
- نجارزاده، رضا، رضایی‌پور، محمد، آقایی خوندابی، مجید (۱۳۸۷). بررسی روند تعیین نرخ‌های بهینه مالیاتی در ایران با استفاده از رویکرد تحلیل کشش‌های تقاضا. *فصلنامه پژوهش‌نامه اقتصادی*، ۱۳(۳۱): ۲۱۹.
- طلوعی اشلقی، عباس، حقدوست، شادی (۱۳۸۶). مدل‌سازی پیش‌بینی قیمت سهام با استفاده از شبکه عصبی و مقایسه آن با روش‌های پیش‌بینی ریاضی، ۲۵(۴۰): ۲۵۲-۲۳۷.
- متوسلی، محمود، طالب کاشفی، بیژن (۱۳۸۵). بررسی مقایسه‌ای توان شبکه‌های عصبی با ورودی شاخص‌های تحلیل تکنیکی برای پیش‌بینی قیمت سهام. *دو ماهنامه نامه مفید*، ۱(۴۵): ۸۲-۵۷.
- قدیمی، محمدرضا، مشیری سعید (۱۳۸۱). مدل‌سازی و پیش‌بینی رشد اقتصادی در ایران با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی، *پژوهش‌های اقتصادی ایران*، ۴(۱۲): ۹۷-۱۲۵.
- مشیری، سعید (۱۳۸۰). پیش‌بینی تورم ایران با استفاده از مدل‌های ساختاری، سری‌های زمانی و شبکه‌های عصبی، *تحقیقات اقتصادی*، (۵۸): ۱۴۷-۱۸۴.
- مرزبان حسین، اکبریان رضا، جواهری بهنام (۱۳۸۴). یک مقایسه بین مدل‌های اقتصادسنجی ساختاری، سری زمانی و شبکه عصبی برای پیش‌بینی نرخ ارز (۶۹): ۲۱-۱۸۱.



- Buse.A. (1994). Evaluating the linearized almost ideal demand system. *American Journal of Agricultural Economics*, 76(4): 781-793.
- Deaton, A., & Muellbauer, J. (1980). An almost ideal demand system. *American Economic Review*, 70(3):312-326.
- Stone, J.R. (1954). Linear expenditure systems and demand analysis: An application to the pattern of british demand. *Economic Journal*, 64(225):511-527.
- Tomson, W. (2004). Using elasticities from an almost ideal demand system? Watch out for group expenditure! *American Journal of Agricultural Economics*, 86(4):1108-1116
- White, H. (1998), Neural networks and financial economics. *International Journal of Forecasting*, 6 (17).
- Wadud, M. A. (2006). An analysis of meat demand in Bangladesh using the almost ideal demand system. *Empirical Economics Letters*, 5(1): 29-35.